

УДК 539.374

Ю.И. Кадашевич, С.П. Помыткин

Санкт-Петербургский государственный
технологический университет растительных полимеров,
Санкт-Петербург, Россия

**РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ЖЕСТКОГО ПЛОСКОГО НАГРУЖЕНИЯ
В РАМКАХ ЭНДОХРОННОЙ ТЕОРИИ НЕУПРУГОСТИ
ДЛЯ БОЛЬШИХ ДЕФОРМАЦИЙ И ПОВОРОТОВ**

В работе излагается метод решения задач неупругого поведения материала при жестком плоском нагружении в рамках эндохронной теории неупругости для больших деформаций и поворотов. Приводится ряд примеров, демонстрирующих возможности предлагаемых определяющих соотношений.

Ключевые слова: неупругость, определяющие соотношения, эндохронная теория, большие деформации, жесткое нагружение, плоский случай.

Yu.I. Kadashevich, S.P. Pomytkin

Saint Petersburg State Technological University of Plant Polymers,
Saint-Petersburg, Russia

**SOLUTIONS OF RIGID PLANE PROBLEMS
IN THE FRAMEWORK OF INELASTIC ENDOCHRONIC THEORY
AT LARGE DEFORMATIONS AND ROTATIONS**

Method for solving of material behavior problems under rigid plane loadings in the framework of endochronic theory of inelasticity at large (finite) deformations and rotations is proposed. Some numerical examples are presented. The possibilities of introduced constitutive equations are demonstrated.

Keywords: inelasticity, constitutive equations, endochronic theory, large deformations, rigid plane loading.

Геометрически нелинейные теории неупругости достаточно давно и весьма подробно изучаются исследователями [1–5]. Классическая эндохронная теория Валаниса, естественно, тоже имеет ряд вариантов, учитывающих большие деформации [6–7]. В [8] были сформулированы основные принципы учета больших деформаций и поворотов в эндохронной теории тензорно-параметрического типа. Наиболее полный набор вариантов определяющих соотношений этой теории можно найти в [9]. В [10–11] опубликованы некоторые результаты, полученные в

рамках эндохронной теории тензорно-параметрического типа, учитывающей большие деформации и повороты, на простых и сложных путях нагружения. В предлагаемой статье представлена подробная схема решения определяющих уравнений неупругого поведения материалов на плоских жестких путях нагружения.

1. Определяющие соотношения теории неупругости эндохронного типа

Рассматривается вариант эндохронной теории неупругости тензорно-параметрического типа для больших деформаций и поворотов [9] в виде

$$\begin{aligned} \dot{|r|} \frac{\sigma}{2G} + \alpha \tau \frac{\sigma}{2G} &= \frac{r}{g+\alpha} \dot{|r|} + \tau \dot{r}, \quad \dot{\varepsilon} = D, \quad \varepsilon_0 = \frac{\sigma_0}{K}, \\ r = \varepsilon - (1-\alpha) \frac{\sigma}{2G}, \quad \dot{r} = \dot{\varepsilon} - (1-\alpha) \frac{\dot{\sigma}}{2G}, \quad \dot{r} &= D - (1-\alpha) \frac{\dot{\sigma}}{2G}, \\ \tau = \tau(|r|, \dot{|r|}), \quad |r| &= \sqrt{\int \sqrt{dr : dr}}, \quad \dot{|r|} = \sqrt{\frac{dr}{dt} : \frac{dr}{dt}}. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь в безиндексной форме записи тензоров τ – аналог деформационного предела текучести, g – аналог коэффициента упрочнения, G – модуль сдвига, K – объемный модуль, α – параметр эндохронности, $0 < \alpha \leq 1$, $\varepsilon_0 = \varepsilon_{ii}$, $\sigma_0 = \sigma_{ii}$, r – девиатор вспомогательного параметри-

ческого тензора. Объективные производные $\dot{\sigma}$ и $\dot{\varepsilon}$ девиатора тензора напряжений Коши σ и девиатора тензора деформаций ε определяются формулами типа Грина–Нахди:

$$\dot{\sigma} = \dot{\sigma} + \sigma \Omega - \Omega \dot{\sigma}, \quad \dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon} + \varepsilon \Omega - \Omega \dot{\varepsilon}, \quad (2)$$

где $\Omega = \dot{Q} Q^T$ – тензор вихря, Q – ортогональный тензор поворота в полярном разложении $F = QU$ градиента деформации F . Кроме того, U – правый тензор удлинения, $L = \dot{F} F^{-1}$ – градиент скорости деформации, $D = (L + L^T)/2$ – тензор скорости деформации, причем $U^2 = F^T F$ и $Q = FU^{-1}$.

Второе соотношение в (2) фактически определяет меру деформации, автоматически порождаемую нейтральной коротационной производной Грина-Нахди при преобразованиях вращения в форме

$$\varepsilon = Q \int_0^t (Q^T D Q) dt Q^T. \quad (3)$$

Отметим, что деформации (3) отличаются от мер деформаций, входящих в классификацию Хилла $\varepsilon = (U^n - I)/n$, $n = 0, 1, 2$, I – единичный тензор. Этот факт, по-видимому, был впервые четко отмечен в [12]. Различие мер деформации следует учитывать при сравнении расчетов по теории (1) с результатами других исследований.

2. Порядок решения задач

Плоским жестким будем называть нагружение, когда задан тензор скорости деформации в виде

$$D = \begin{pmatrix} D_{11} & D_{12} & 0 \\ D_{12} & D_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (4)$$

Тогда, если рассматривать минимальный набор компонент тензора градиента деформации

$$F = \begin{pmatrix} k_{11} & k_{12} & 0 \\ 0 & k_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (5)$$

который может породить тензор скорости деформации типа (4), то, пользуясь определениями градиента скорости деформации L и тензора скорости деформации D , нетрудно получить дифференциальные соотношения, связывающие компоненты тензоров F и D :

$$D_{11} = \frac{\dot{k}_{11}}{k_{11}}, \quad D_{12} = \frac{\dot{k}_{11} \dot{k}_{12} - \dot{k}_{11} \dot{k}_{12}}{2 k_{11} k_{22}}, \quad D_{22} = \frac{\dot{k}_{22}}{k_{22}}. \quad (6)$$

Решая дифференциальные уравнения (6) с заданными компонентами D_{ij} при естественных начальных условиях $k_{11}(0) = 1$, $k_{22}(0) = 1$ и $k_{12}(0) = 1$, можно вычислить компоненты градиента деформации (5).

Найденный тензор градиента деформации позволяет вычислить ортогональный тензор поворота Q по схеме, предложенной в [13]. Так как любой кососимметрический тензор K связан с ортогональным тензором поворота Q соотношением [13]

$$Q = I + \frac{\sin \omega}{\omega} K + \frac{1 - \cos \omega}{\omega^2} K^2, \quad (7)$$

где

$$K = \begin{pmatrix} 0 & -\omega_3 & \omega_2 \\ \omega_3 & 0 & -\omega_1 \\ -\omega_2 & \omega_1 & 0 \end{pmatrix}, \quad K^2 = \begin{pmatrix} -\omega_3^2 - \omega_2^2 & \omega_1 \omega_2 & \omega_1 \omega_3 \\ \omega_1 \omega_2 & -\omega_1^2 - \omega_3^2 & \omega_2 \omega_3 \\ \omega_1 \omega_3 & \omega_2 \omega_3 & -\omega_2^2 - \omega_1^2 \end{pmatrix},$$

$$\omega = \sqrt{\omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2},$$

то, построив кососимметрический тензор, определим для найденного F вид ортогонального тензора поворота Q .

Отметим, что способ нахождения тензора K в работе [13] не указан. Рекомендуется использовать следующий вариант построения кососимметрического тензора:

$$K = (F - F^T)/2. \quad (8)$$

Эта формула в общем случае определяет число независимых параметров тензора поворота Q . Количество параметров может иметь значение 1, 2 или 3.

Для рассматриваемого класса жестких нагружений (4) тензор Q имеет один свободный параметр, то есть

$$Q = \begin{pmatrix} \cos \beta & \sin \beta & 0 \\ -\sin \beta & \cos \beta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (9)$$

Для конкретизации связи параметра β с историей нагружения необходимо использовать условие симметрии вычисленного по (9) правого тензора удлинения $U = Q^{-1}F = Q^T F$. Затем определяется тензор вида $\Omega = \dot{Q} Q^T$. Например, для тензора Q в форме (9) получаем

$$\Omega = \dot{\beta} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (10)$$

Предполагая, что тензоры напряжений и деформаций имеют вид

$$\sigma = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{pmatrix} \text{ и } \varepsilon = \begin{pmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{21} & \varepsilon_{22} & \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{31} & \varepsilon_{32} & \varepsilon_{33} \end{pmatrix}, \quad (11)$$

подставим их в определяющие соотношения (1)–(2) при $2G=1$ и $\alpha=1$ и получим рабочие определяющие уравнения в форме

$$\begin{cases} \dot{\sigma}_{11} = 2\sigma_{12}\dot{\beta} + D_{11} - m\sigma_{11} + k m\varepsilon_{11}, \\ \dot{\sigma}_{22} = -2\sigma_{12}\dot{\beta} + D_{22} - m\sigma_{22} + k m\varepsilon_{22}, \\ \dot{\sigma}_{12} = \dot{\sigma}_{21} = -\dot{\beta}(\sigma_{11} - \sigma_{22}) + D_{12} - m\sigma_{12} + k m\varepsilon_{12}, \\ \dot{\varepsilon}_{11} = 2\varepsilon_{12}\dot{\beta} + D_{11}, \\ \dot{\varepsilon}_{22} = -2\varepsilon_{12}\dot{\beta} + D_{22}, \\ \dot{\varepsilon}_{12} = \dot{\varepsilon}_{21} = -\dot{\beta}(\varepsilon_{11} - \varepsilon_{22}) + D_{12}, \\ \dot{k}_{11} = k_{11}D_{11}, \\ \dot{k}_{22} = k_{22}D_{22}, \\ \dot{k}_{12} = 2k_{22}D_{12} + k_{12}D_{11}. \end{cases}$$

Здесь приняты следующие обозначения:

$$k = \frac{1}{g+1}, \quad m = \frac{|\dot{\varepsilon}|}{\tau}, \quad |\dot{\varepsilon}| = \sqrt{\dot{\varepsilon}_{11}^2 + \dot{\varepsilon}_{22}^2 + 2\dot{\varepsilon}_{12}^2}.$$

Остальные компоненты тензоров напряжений и деформаций равны нулю. Дополнительно (для наглядности вычислений) предполагалось, что тензоры (4) и (11) девиаторы.

3. Частные случаи и примеры

Задавая компоненты тензора скорости деформации (4), можно реализовать различные схемы жесткого нагружения. В частности, если компоненты тензора (4) – константы, то, например:

а) при $D_{11} = 0$, $D_{22} = 0$, $D_{12} = 1$ реализуется простой сдвиг (M – нагрузка). В этом случае решение уравнений (6) дает

$$F = \begin{pmatrix} 1 & 2t & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

а схема (7)–(8) приводит к (9) и (10) с параметром β в форме $\dot{\beta} = \frac{1}{1+t^2}$;

б) для $D_{11} = 1$, $D_{22} = 0$, $D_{12} = 0$ – растяжение (P – нагрузка).

Здесь получаем

$$F = \begin{pmatrix} e^t & e^t & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ и } \dot{\beta} = \frac{e^t}{(e^t)^2 + (1+e^t)^2};$$

в) если $D_{11} = -1$, $D_{22} = 0$, $D_{12} = 0$ – сжатие (P – нагрузка), тогда

$$F = \begin{pmatrix} e^{-t} & e^{-t} & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ и } \dot{\beta} = \frac{-e^{-t}}{(e^{-t})^2 + (1+e^{-t})^2};$$

г) при $D_{11} = 0$, $D_{22} = 1$, $D_{12} = 0$ имеем аналог внутреннего давления (p – нагрузка). Для этого варианта жесткого нагружения оказывается, что

$$F = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & e^t & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ и } \dot{\beta} = \frac{-e^t}{1+(1+e^t)^2};$$

д) для $D_{11} = q$, $D_{22} = 0$, $D_{12} = 1$ – пропорциональное нагружение ($P-M$ – нагрузка). Для этого случая получаем

$$F = \begin{pmatrix} e^{qt} & \frac{2}{q}(e^{qt}-1) & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ и } \dot{\beta} = \frac{4e^{qt}}{(e^{qt}+1)^2 + \frac{4}{q^2}(e^{qt}-1)^2};$$

е) если $D_{11} = 1$, $D_{22} = 1$, $D_{12} = 1$ – общее плоское нагружение с постоянной «скоростью деформации» ($P-M-p$ – нагрузка), тогда имеем

$$F = \begin{pmatrix} e^t & e^t(2t+1) & 0 \\ 0 & e^t & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ и } \dot{\beta} = \frac{1}{1 + \left(t + \frac{1}{2}\right)^2}.$$

Нетрудно по аналогии с пунктами а)–е) реализовать переменные, сложные и циклические нагрузления. Например:

$D_{11} = \pm \text{const}$, $D_{22} = 0$, $D_{12} = 0$ – циклическое растяжение-сжатие;

$D_{11} = 0$, $D_{22} = 0$, $D_{12} = A \sin(\omega t)$ – аналог периодически изменяющейся скорости деформации кручения;

$D_{ij} = \begin{cases} D_{11} = 1, D_{22} = 0, D_{12} = 0, t \leq t_0, \\ D_{11} = 0, D_{22} = 0, D_{12} = 1, t > t_0 \end{cases}$ – аналог сложного нагружения

под углом 90 градусов в пространстве скоростей деформации (в терминах теорий малых неупругих деформаций).

На рис. 1, 2, 3, 4, 5, 6 приведены графики развития деформаций и напряжений в зависимости от параметра нагружения для простого сдвига (случай а), растяжения (вариант б), сжатия (схема в), «внутреннего давления» (случай г), пропорционального нагружения под углом 45° (вариант д и $q = 1$) и общего плоского нагружения (схема е) соответственно. Расчеты проведены при параметрах материала $\tau = 1$ и $k = 0,1$.

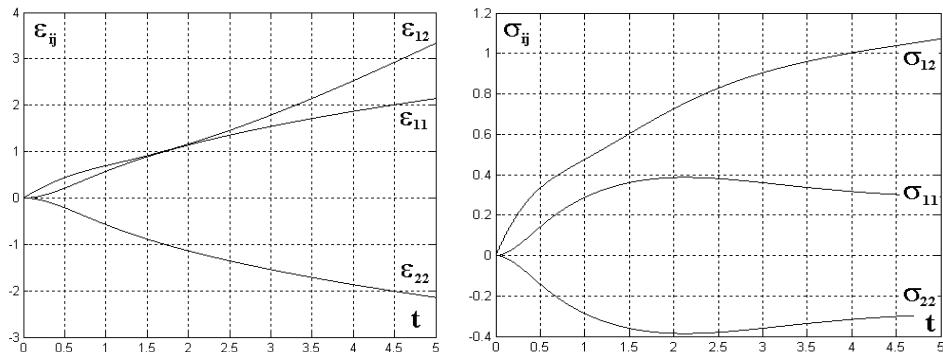


Рис. 1. Развитие деформаций и напряжений при простом сдвиге

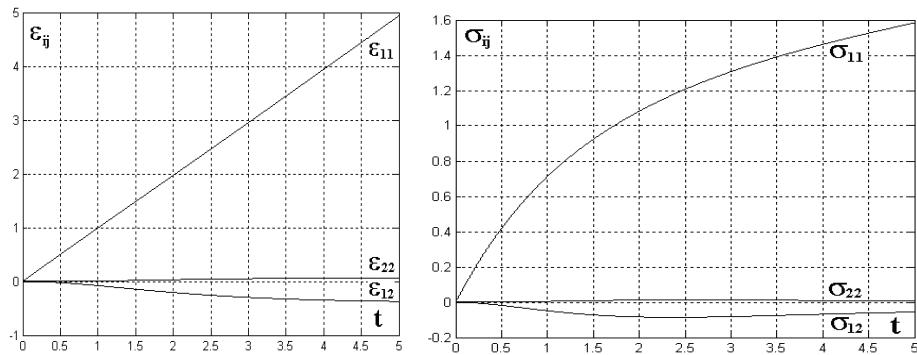


Рис. 2. Поведение деформаций и напряжений при растяжении

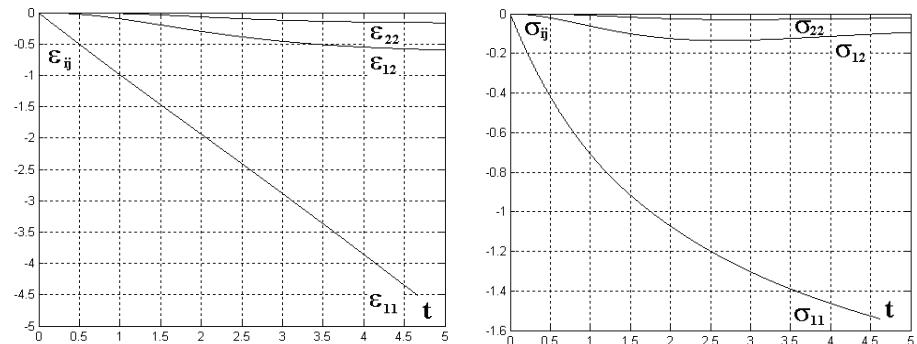


Рис. 3. Деформации и напряжения при сжатии

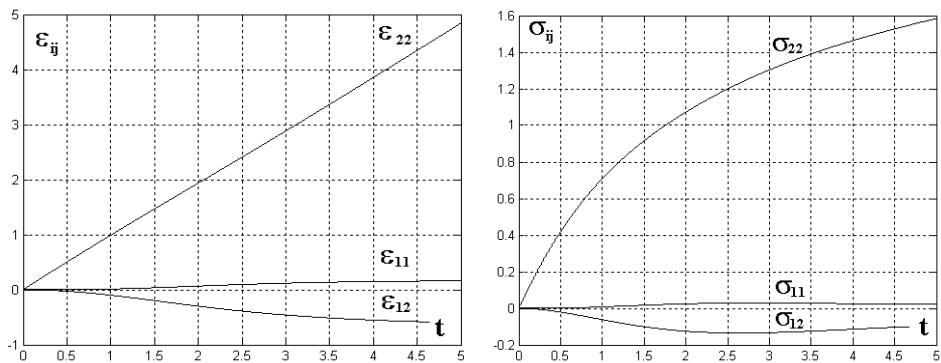


Рис. 4. Зависимость деформаций и напряжений от параметра нагрузки при «внутреннем давлении»

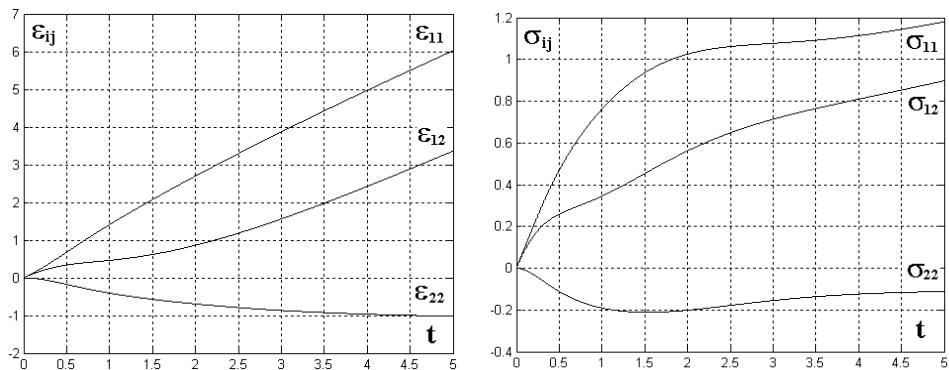


Рис. 5. Развитие деформаций и напряжений при пропорциональном нагружении под углом 45 градусов

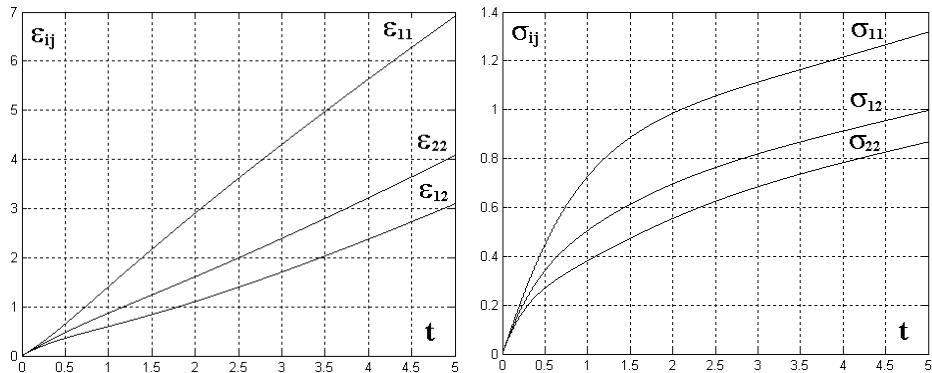


Рис. 6. Деформации и напряжения в общем плоском нагружении

Отметим монотонный характер развития всех компонент деформации и напряжения на рассматриваемых путях деформирования, появление осевых деформаций при простом сдвиге и сдвиговых деформаций при растяжении, сжатии и «внутреннем» давлении. Следует обратить внимание и на более высокий уровень сдвиговых напряжений σ_{12} по сравнению с напряжением σ_{22} в общем плоском случае нагружения.

На рис. 7 приведены графики развития интенсивности напряжений от интенсивности деформаций для всех рассмотренных случаев. Очевидна зависимость от вида напряженного состояния, что не может быть получено в геометрически линейных вариантах теории.

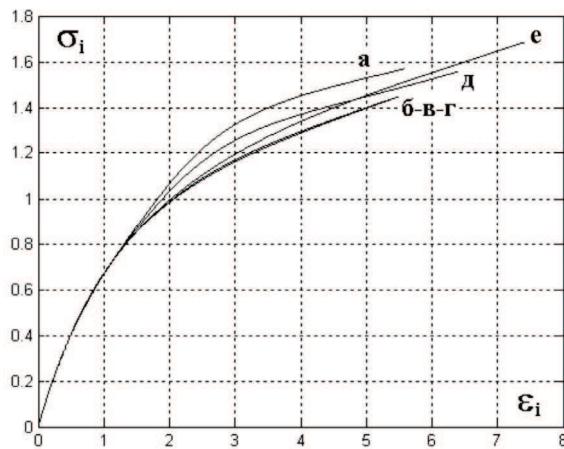


Рис. 7. Зависимость интенсивности напряжений от интенсивности деформаций

Таким образом, приведенные выше примеры показывают, что при жестком плоском нагружении предлагаемый вариант эндохронной теории неупругости (1)–(2) способен описывать основные (и некоторые тонкие) эффекты поведения материалов, отмеченные экспериментаторами [14–15]. Отметим и новый четкий порядок производства вычислений по схеме (4)–(8).

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 10-01-00705).

Библиографический список

1. Поздеев А.А., Трусов П.В., Няшин Ю.И. Большие упругопластические деформации: теория, алгоритмы, приложения. – М.: Наука, 1986. – 232 с.
2. Левитас В.И. Большие упругопластические деформации материалов при высоком давлении. – Киев: Наукова думка, 1987. – 232 с.
3. Коробейников С.Н. Нелинейное деформирование твердых тел. – Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2000. – 262 с.
4. Lubarda V.A. Elastoplasticity theory. – CRC Press, 2002. – 638 p.
5. Nemat-Nasser S. Plasticity: A treatise on finite deformation of heterogeneous inelastic materials. – Cambridge University Press, 2004. – 730 p.
6. Valanis K.C. The concept of physical metric in thermodynamics // Acta Mechanics. – 1995. – Vol. 113. – P. 169–175.

7. Khoei A.R., Bakhshiani A., Modif M. An endochronic plasticity model for finite strain deformation of powder forming processes // Finite Elements in Analysis and Design. – 2003. – Vol. 40, Is. 2. – P. 187–211.
8. Кадашевич Ю.И., Помыткин С.П. Новые принципы составления определяющих уравнений эндохронной теории пластичности при конечных деформациях // Машины и аппараты целлюлозно-бумажного производства: межвуз. сб. науч. трудов. – СПб.: Изд-во С.-Петерб. гос. техн. ун-та растительных полимеров, 1996. – С. 124–127.
9. Кадашевич Ю.И., Помыткин С.П. Новый взгляд на построение эндохронной теории пластичности при учете конечных деформаций // Научно-технические ведомости СПбГТУ. – 2003. – Т. 33, № 3. – С. 95–103.
10. Кадашевич Ю.И., Помыткин С.П. Анализ сложного нагружения при конечных деформациях по эндохронной теории неупругости // Прикладные проблемы прочности и пластичности. Методы решения. – М.: КМК ЛТД, 1998. – С. 72–76.
11. Кадашевич Ю.И., Помыткин С.П. Решение задач мягкого и жесткого нагружения при учете больших деформаций в эндохронных вариантах теории пластичности // Прикладные проблемы прочности и пластичности. – Н. Новгород: Изд-во Нижегород гос. ун-та, 2000. – Вып. 63. – С. 30–35.
12. Бровко Г.Л. Материальные и пространственные представления определяющих соотношений деформируемых сред // Прикладная математика и механика. – 1990. – Т. 54. – Вып. 5. – С. 814–824.
13. Черных К.Ф. Введение в физически и геометрически нелинейную теорию трещин. – М.: Наука, 1996. – 288 с.
14. Белл Дж.Ф. Экспериментальные основы механики деформируемых твердых тел. Ч. I. Малые деформации. – М.: Наука, 1984. – 600 с.
15. Белл Дж.Ф. Экспериментальные основы механики деформируемых твердых тел. Ч. II. Конечные деформации. – М.: Наука, 1984. – 432 с.

References

1. Pozdeev A.A., Trusov P.V., Nyashin Yu.I. Large elastic-plastic deformations: theory, algorithms, and applications [*Bol'shie uprugo-plasticheskie deformatsii: teoriya, algoritmy, prilozheniya*]. Moscow, Nayka, 1986, 232 p.
2. Levitas V.I. Large elastic-plastic deformation of materials under high pressure [*Bol'shie uprugo-plasticheskie deformatsii materialov pri vysokom davlenii*]. Kiev, 2000, 232 p.

3. Korobeynikov S.N. Nonlinear deformation of solids [*Nelineynoe deformirovanie tverdykh tel*]. Novosibirsk, 2000, 262 p.
4. Lubarda V.A. Elastoplasticity theory. *CRC Press*, 2002, 638 p.
5. Nemat-Nasser S. Plasticity: A treatise on finite deformation of heterogeneous inelastic materials. *Cambridge University Press*, 2004, 730 p.
6. Valanis K.C. The concept of physical metric in thermodynamics. *Acta Mechanics*, 1995, Vol. 113. – P. 169–175.
7. Khoei A.R., Bakhshiani A., Modif M. An endochronic plasticity model for finite strain deformation of powder forming processes. *Finite Elements in Analysis and Design*, 2003, Vol. 40, Is. 2. – P. 187–211.
8. Kadashevich Yu.I., Pomytkin S.P. New principles for establishing the governing equations of the endochronic theory of plasticity at finite deformations [Novye printsipy sostavleniya opredelyayushhih uravnenij ehndokhronnoj teorii plastichnosti pri konechnyh deformatsiyah]. *Machines and devices of pulp and paper production – Mashiny i apparaty tsellyulozno-bumazhnogo proizvodstva*, 1996. – P. 124–127.
9. Kadashevich Yu.I., Pomytkin S.P. A new look at the construction theory of plasticity taking into account the finite deformation [Novyj vzglyad na postroenie ehndokhronnoj teorii plastichnosti pri uchete konechnyh deformatsij]. *Nauchno-tehnicheskie vedomosti SPbGPU – Scientific and technical statements SPbSPU*, 2003, Vol. 33, No. 3. – P. 95–103.
10. Kadashevich Yu.I., Pomytkin S.P. Analysis of complex loading with finite strains on endochronic theory of inelasticity [Analiz slozhnogo nagruzheniya pri konechnyh deformatsiyakh po ehndokhronnoj teorii neuprugosti]. *Prikladnye problemy prochnosti i plastichnosti. Metody resheniya – Applied problems of strength and ductility. Methods of solution*. Moscow, 1998. – P. 72–76.
11. Kadashevich Yu.I., Pomytkin S.P. Meeting the challenges of soft and hard loading taking into account the large deformations in the endochronic theory of plasticity [Reshenie zadach myagkogo i zhestkogo nagruzheniya pri uchete bol'shikh deformatsij v ehndokhronnykh variantakh teorii plastichnosti]. *Prikladnye problemy prochnosti i plastichnosti – Applied problems of strength and ductility*, 2000, Vol. 63. – P. 30–35.
12. Brovko G.L. Material and spatial concepts of defining relations of deformable media [Material'nye i prostranstvennye predstavleniya opredelyayushhih sootnoshenij deformiruemyh sred]. *Applied Mathematics and Mechanics – Prikladnaya matematika i mehanika*, 1990, Vol. 54, Is. 5. – P. 814–824.

13. Chernyh K.F. Introduction to the physically and geometrically nonlinear theory of cracks [*Vvedenie v fizicheski i geometricheski nelinejnuyu teoriyu treshhin*]. Moscow, Nayka, 1996. – 288 p.
14. Bell J.F. The experimental foundations of solid mechanics. 1971. – 813 p.
15. Bell J.F. The experimental foundations of solid mechanics. 1971. – 813 p.

Об авторах

Кадашевич Юлий Исаакович (Санкт-Петербург, Россия) – доктор физико-математических наук, профессор, Санкт-Петербургский государственный технологический университет растительных полимеров (198095, г. Санкт-Петербург, ул. Ивана Черных, 4).

Помыткин Сергей Павлович (Санкт-Петербург, Россия) – кандидат физико-математических наук, доцент, Санкт-Петербургский государственный технологический университет растительных полимеров (198095, г. Санкт-Петербург, ул. Ивана Черных, 4, e-mail: sppom@yandex.ru).

About the authors

Kadashevich Yuliy Isaakovich (Saint-Petersburg, Russia) – Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Saint Petersburg State Technological University of Plant Polymers (198095, 4, Ivana Chernyh st., Saint-Petersburg, Russia).

Pomytkin Sergey Pavlovich (Saint-Petersburg, Russia) – Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Ass. Professor, Saint Petersburg State Technological University of Plant Polymers (198095, 4, Ivana Chernyh st., Saint-Petersburg, Russia, e-mail: sppom@yandex.ru).

Получено 3.06.2011