

УДК 531/524:[57+61]

Н.С. Шабрыкина, М.А. Гуляев, С.В. Иванишин
N.S. Shabrykina, M.A. Gulyaev, S.V. Ivanishin

Пермский национальный исследовательский политехнический университет
Perm National Research Polytechnic University

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ ТЕЛА ЧЕЛОВЕКА ПРИ ГРУППИРОВКЕ ВО ВРЕМЯ ПРЫЖКА В ФИГУРНОМ КАТАНИИ

MODELING OF HUMAN BODY MOVEMENTS DURING FIGURE SKATING JUMP

Построена многозвенная модель тела человека, описывающая движения при группировке во время прыжка. Составлены практические рекомендации по подбору параметров, позволяющих выполнить прыжок с определенным количеством оборотов.

Ключевые слова: биомеханика, фигурное катание, многооборотный прыжок, трехзвенная модель, количество оборотов.

In this article, a model comprising body segments was created. The model was used to describe body movement during figure skating jump. As a result, practical recommendations for coaches were formulated.

Keywords: biomechanics, figure skating, multi-revolution jump, three-body model, quantity of turnovers.

Фигурное катание является уникальным видом спорта, в котором эстетические качества программ сочетаются с высокой технической сложностью основных элементов: шагов, вращений, прыжков. Математическое моделирование может быть использовано для анализа индивидуальной техники фигуриста, поиска путей улучшения техники катания, определения оптимальных параметров исполнения элементов.

Одним из важнейших элементов фигурного катания являются прыжки. Для их успешного исполнения спортсмен должен правильно совершить отталкивание, группировку в фазе полета, приземление. Таким образом, актуальной является проблема изучения факторов, влияющих на успешное выполнение прыжков.

В литературе существуют экспериментальные исследования факторов, влияющих на качество исполнения прыжков [1–3]. В данной работе для этого построена математическая модель.

Основным признаком, характеризующим сложность прыжка в фигурном катании, является количество оборотов вокруг своей оси, совершаемое фигуристом в воздухе. В соревновательной практике на данный момент используются прыжки в два, три и четыре оборота. При этом достижение наибольшего количества оборотов в воздухе происходит за счет различных факторов. Для их понимания необходимо рассмотреть последовательность выполнения прыжка (рис. 1).



Рис. 1. Последовательность выполнения прыжка на примере акселя в полтора оборота [4]

Любой прыжок состоит из следующих фаз [4]:

1. Заход. Фигурист скользит по дуге, чтобы прекратить увеличение скорости и придать телу положение, обеспечивающее оптимальное выполнение толчка.

2. Толчок. В результате энергичного разгибания толчковой ноги, сопровождающегося маховыми движениями рук и ноги, фигурист приобретает вертикальную скорость. Способ приобретения начальной угловой скорости зависит от вида прыжка.

3. Полет. Приближая звенья тела к оси вращения, фигурист в фазе группировки увеличивает приобретенную в толчке угловую скорость. В конце фазы происходит разгруппировка, чтобы предотвратить чрезмерное вращение тела в момент приземления.

4. Приземление. Сгибая опорную ногу, фигурист переходит к скольжению по дуге так, чтобы погасить вертикальную скорость.

5. Выезд. Спортсмен, разгибая опорную ногу, добивается устойчивого скольжения в требуемой позе.

Из описанных выше фаз на количество оборотов влияют вторая и третья. При этом большую роль играет группировка во время полета. В данной работе построена многосвязная модель тела человека, которая используется для описания группировки и изучения ее влияния на оборотность прыжка.

Рассмотрим четырехзвенную модель, в которой туловище, голова и толчковая нога представлены одним стержнем, а маховая нога и руки – стержнями, шарнирно закрепленными к первому (рис. 2). Масс-инерционные характеристи-

ки звеньев данной системы известны из литературы [5]. В начальный момент времени руки находятся в горизонтальном положении, маховая нога отклонена от туловища на некоторый угол. В ходе выполнения прыжка за время группировки руки поднимаются вверх, а маховая нога перемещается к оси вращения.

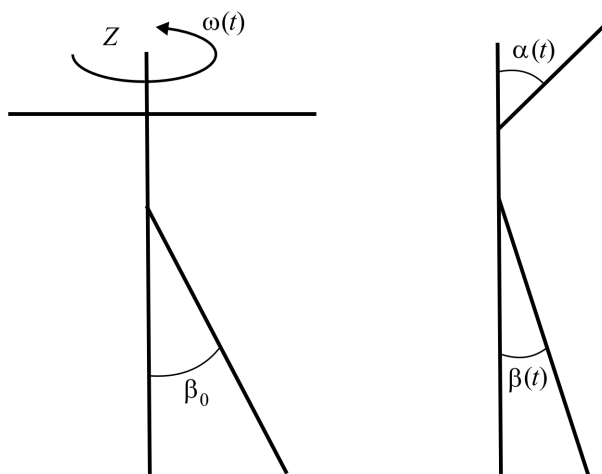


Рис. 2. Модель тела человека для описания группировки во время прыжка

Предполагается, что в фазе полета фигурист вращается вокруг вертикальной оси z , проходящей через центр масс. Тогда его движение описывается основным уравнением динамики вращательного движения:

$$\frac{d}{dt}(I(t)\omega(t)) = \sum M_z(\bar{F}^e) = 0, \quad (1)$$

где $\omega(t)$ – угловая скорость вращения, $I(t)$ – момент инерции фигуриста, $M_z(\bar{F}^e)$ – моменты внешних сил, действующих на тело.

Положения рук и ноги определяются углами их наклона к вертикали, которые изменяются по линейному закону:

$$\alpha(t) = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2t_{\text{гр}}} t, \quad \beta(t) = \beta_0 - \left(1 - \frac{t}{t_{\text{гр}}}\right), \quad (2)$$

где $\alpha(t)$ – угол между руками и телом, $t_{\text{ао}}$ – время группировки спортсмена, t – время, $\beta(t)$ – угол между маховой ногой и осью, β_0 – начальный угол.

Поскольку руки и ноги считаются однородными стержнями, момент инерции тела фигуриста в фазе группировки описывается следующим законом:

$$I(t) = J + 2\frac{1}{3}m_p l_p^2 \sin^2 \alpha(t) + \frac{1}{3}m_n l_n^2 \sin^2 \beta(t), \quad (3)$$

где J – момент инерции фигуриста с опущенными руками и прижатыми друг к другу ногами; m_p – масса руки; l_p – длина руки; m_n – масса ноги; l_n – длина ноги.

После завершения группировки момент инерции остается постоянным до окончания фазы полета (рис. 3).

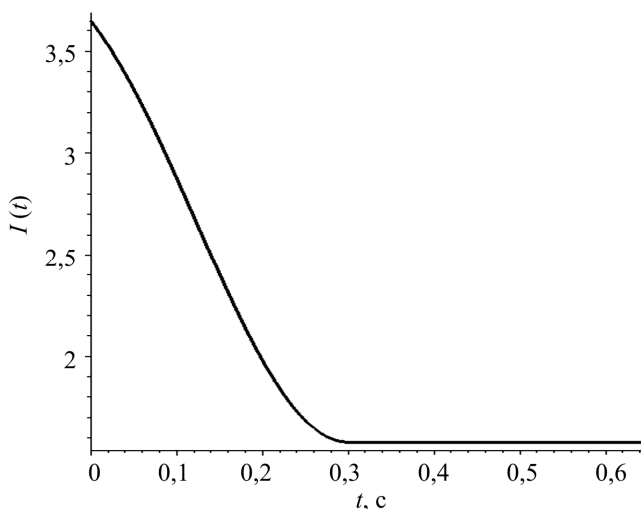


Рис. 3. Зависимость момента инерции тела от времени при исполнении прыжка

В результате аналитического решения дифференциального уравнения (3) с начальным условием $\omega(0) = \omega_0$ была получена зависимость угловой скорости от времени, проинтегрировав которую, можно получить зависимость угла поворота от времени и количество оборотов, которое фигурист совершит за время полета:

$$\varphi(t) = \int \omega(t) dt, \quad k = \frac{\varphi(t_n)}{2\pi}. \quad (4)$$

где $\varphi(t)$ – угол поворота; k – количество оборотов в прыжке; t_1 – продолжительность прыжка.

На рис. 4 показано изменение угловой скорости при $\omega_0 = 10$ рад/с, $t_{\text{до}} = 0,35$ с. Видно, что в фазе группировки угловая скорость быстро возрастает, а затем остается постоянной.

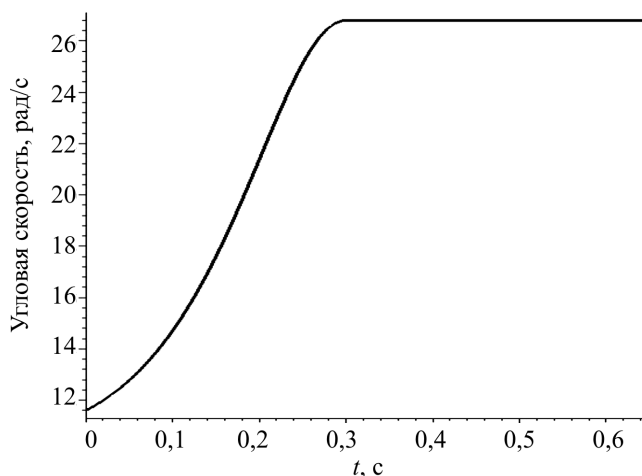


Рис. 4. Изменение угловой скорости во время прыжка

Для проверки адекватности модели были использованы экспериментальные данные из книги [4]. В табл. 1 приведены величины начальной угловой скорости, времени группировки и продолжительности полета для различных прыжков, определенные экспериментально, и количество оборотов, посчитанное с помощью модели. Причем приведены данные, вычисленные с помощью модели как с учетом группировки маховой ноги, так и без нее. Это сделано для того, чтобы оценить влияние на группировку отдельно рук и ноги. Анализ табл. 1 показывает, что количество оборотов, посчитанное с помощью модели без учета ноги, существенно ниже реального. Результаты, полученные с учетом движения свободной ноги, достаточно близки к экспериментальным данным. Следует отметить, что фигуристы редко совершают прыжки с целым количеством оборотов. Поэтому в соревновательной практике принято считать, что прыжок выполнен верно, если количество оборотов отличается от целого не более чем на четверть. Так, например, прыжок в 2,8 оборота будет считаться тройным. С учетом этого факта модель показывает хорошее соответствие экспериментальным данным.

Для уточнения модели необходимо учитывать скручивание корпуса спортсмена при выпрыгивании. Тем не менее полученные результаты позволяют проанализировать влияние основных параметров группировки на количество оборотов. В результате варьирования параметров модели был сделан вывод, что основное влияние на количество оборотов в прыжке оказывают начальная угловая скорость и время группировки.

Далее рассмотрим зависимость количества оборотов, выполненных фигуристом во время прыжка, от времени группировки и начальной угловой скорости. Поскольку продолжительность прыжка слабо влияет на количество оборотов, она считается постоянной.

Таблица 1

Влияние параметров прыжка на количество оборотов

Количество оборотов в прыжке	Начальная угловая скорость, рад/с	Время группировки, с	Время полета, с	Кол-во оборотов без учета ноги (модель)	Кол-во оборотов с учетом ноги (модель)
2	6,6	0,25	0,65	1,07	1,38
2	7,5	0,35	0,65	1,17	1,49
3	11,6	0,3	0,65	1,85	2,37
3	12,56	0,27	0,7	2,21	2,84
3	12,56	0,35	0,65	2,14	2,49
3	13,2	0,39	0,73	2,32	2,95
3	14,45	0,34	0,64	2,23	2,83

На рис. 5 и в табл. 2 приведено количество оборотов, вычисленное с помощью программы при $t_n = 0,65$ с. Начальная угловая скорость изменяется в пределах от 7 до 19 рад/с, время группировки – в пределах от 0,1 до 0,4 с. Эти значения известны из экспериментов [6, 7]. Анализ рис. 5 и табл. 2 показывает, что количество оборотов монотонно увеличивается с уменьшением времени группировки и увеличением начальной угловой скорости. При этом зависимость практически линейная.

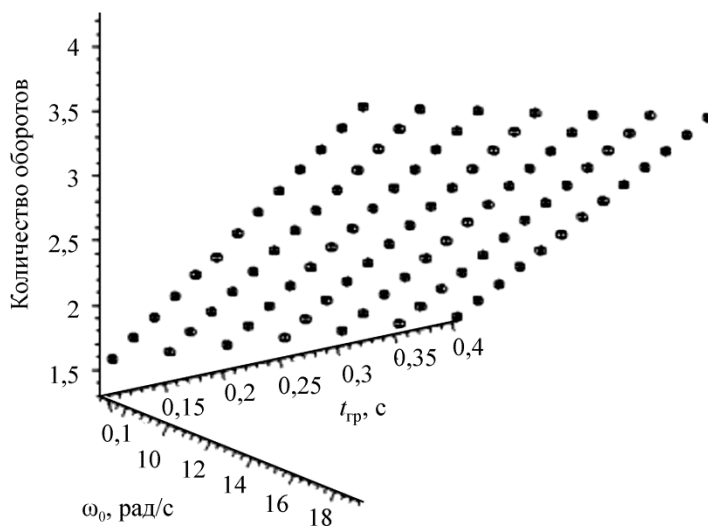


Рис. 5. Изменение числа оборотов в зависимости от начальной угловой скорости и времени группировки

Таблица 2

Изменение числа оборотов в зависимости от начальной угловой скорости и времени группировки

$t_{\text{гг}}$, с	Угловая скорость, рад/с											
	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
0,10	1,59	1,82	2,04	2,27	2,5	2,7	2,95	3,18	3,41	3,64	3,86	4,09
0,15	1,55	1,77	1,99	2,21	2,43	2,66	2,88	3,1	3,32	3,54	3,77	3,99
0,20	1,51	1,72	1,94	2,16	2,37	2,59	2,8	3,02	3,24	3,45	3,67	3,88
0,25	1,47	1,68	1,89	2,1	2,31	2,52	2,73	2,94	3,15	3,36	3,57	3,78
0,30	1,43	1,63	1,84	2,04	2,25	2,45	2,66	2,86	3,07	3,27	3,47	3,68
0,35	1,39	1,59	1,79	1,98	2,18	2,38	2,58	2,78	2,98	3,18	3,38	3,58
0,40	1,35	1,54	1,73	1,93	2,12	2,31	2,51	2,7	2,89	3,09	3,28	3,47

Следует отметить, что начальная угловая скорость, которую способен развить фигурист при исполнении прыжка, зависит от степени его мастерства, физических данных и техники исполнения прыжка, которой он обучен. Все эти параметры очень трудно изменить за непродолжительное время. С другой стороны, научиться группироваться за определенное время достаточно легко: для этого существуют разработанные методики [8]. Данная модель позволяет подобрать для конкретного фигуриста по характерной для него начальной угловой скорости диапазон времени, за которое он должен производить группировку для достижения нужного числа оборотов в прыжке.

При этом следует учесть, что чрезмерное увеличение числа оборотов также недопустимо, как и их недостаточное количество. Если спортсмен превышает номинальное количество оборотов более чем на четверть, это приводит к проблемам при приземлении и большой вероятности падения. А если прыжок не докручен более чем на четверть оборота, то он не считается выполненным правильно и оценивается крайне низко. Таким образом, спортсмену необходимо подобрать параметры прыжка, которые приводили бы к количеству оборотов $n \pm 0,25$, где n – необходимое число оборотов. В табл. 2 подчеркиванием отмечены сочетания параметров, позволяющие успешно выполнить прыжок в 4 оборота, жирным шрифтом – в 3 оборота, курсивом – в 2 оборота. Данную таблицу удобно использовать в практических целях для тренировки фигуристов.

Таким образом, в данной работе была построена многозвенная модель тела человека, которая использована для описания группировки фигуриста в фазе полета. С помощью нее показано, что основными факторами, влияющими на количество оборотов при исполнении прыжка, являются время группировки и начальная угловая скорость. Исследовано влияние на количество оборотов указанных параметров. Составлены практические рекомендации по подбору параметров, позволяющих выполнить прыжок с определенным количеством оборотов.

Список литературы

1. Johnson M., King D.L. A Kinematic analysis between triple and quadruple revolution figure skating jump // American Society of Biomechanics Annual Meeting. – 2001. – P. 123–125.
2. King D. Performing triple & quadruple figure skating jumps: implications for training // Canadian Journal of Exercise Physiology. – 2005. – № 30 (6). – P. 743–753.
3. Knoll K., Hildebrand F. Optimum movement co-ordination in multi-revolution jumps in figure skating // Proceedings of 16 International Symposium on Biomechanics in Sports, Konstanz – Germany, July 21–25, 1998. – P. 217–220.
4. Мишин А.Н. Биомеханика движений фигуриста. – М.: Физкультура и спорт, 1981. – 144 с.
5. Биомеханика двигательного аппарата человека / В.М. Зациорский [и др.]. – М.: Физкультура и спорт, 1981. – 143 с.
6. King D., Arnold A., Smith S. A Biomechanical comparison of single, double, and triple axels // Proceedings of 11 International Symposium on Biomechanics in Sports. Amherst, Massachusetts – USA, June 23–26, 1993. – P. 138–141.
7. King D. Generation of vertical velocity in toe-pick figure skating jumps // Proceedings of 19 International Symposium on Biomechanics in Sports, San Francisco, June 20–25, 2001. – P. 66–69.
8. Мишин А.Н. Прыжки в фигурном катании. – М.: Физкультура и спорт, 1976. – 107 с.

Получено 11.09.2015

Шабрыкина Наталья Сергеевна – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры теоретической механики и биомеханики, Пермский национальный исследовательский политехнический университет, факультет прикладной математики и механики, e-mail: shabrykina@gmail.com.

Гуляев Михаил Андреевич – магистрант, Пермский национальный исследовательский политехнический университет, факультет прикладной математики и механики, гр. БМ-14-1м, e-mail: gulyaev.mik@gmail.com.

Иванишин Станислав Валерьевич – магистрант, Пермский национальный исследовательский политехнический университет, факультет прикладной математики и механики, гр. БМ-13-1м, e-mail: ivanishinst92@gmail.com.