

М.Г. Бояршинов, А.А. Скутин

Пермский национальный исследовательский
политехнический университет, Пермь, Россия

РАЗРАБОТКА МЕТОДИКИ ЗАМЕНЫ НАТУРНЫХ ИСПЫТАНИЙ ЧИСЛЕННЫМ МОДЕЛИРОВАНИЕМ ДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ДВИГАТЕЛЯ

Рассмотрена возможность применения вычислительного моделирования для определения собственных частот и исследования напряженно-деформированного состояния элементов двигателя. Сформулирована математическая постановка задач, соответствующих технической проблеме и требующих решения краевых задач по определению собственных частот колебаний и установившихся вынужденных колебаний механической системы, анализа нестационарного динамического поведения механической системы. Выполнен анализ методов решения задач по определению собственных частот и форм колебаний, моделированию эволюционных процессов механики деформируемого твердого тела. Показано, что для решения поставленной задачи необходимо использование методов гармонического анализа, динамического анализа нестационарных процессов, решения алгебраической проблемы собственных значений. Приведен обзор программных продуктов для выполнения инженерного анализа технических проблем и решения краевых задач по определению собственных частот колебаний, исследованию установившихся вынужденных колебаний и анализу нестационарного динамического поведения механических систем. Оптимальным программным продуктом для решения сформулированной проблемы признан программный комплекс ANSYS. С использованием точных решений краевых задач механики деформируемого твердого тела выполнена верификация программного обеспечения, реализованного в программном комплексе ANSYS. На последовательности сгущающихся сеток показано, что получаемые численные решения сходятся к известным точным решениям. Выполнена верификация результатов компьютерного моделирования динамических и прочностных характеристик с использованием данных натуральных испытаний. Сопоставление результатов вычислительного моделирования и экспериментальных данных позволило установить, что они удовлетворительно соответствуют друг другу. Исследование показало, что двигатель по динамическим характеристикам соответствует нормативным требованиям.

Ключевые слова: двигатель, вычислительный эксперимент, собственные частоты, напряженно-деформированное состояние.

M.G. Boiarshinov, A.A. Skutin

Perm National Research Polytechnic University, Perm, Russian Federation

DEVELOPMENT OF THE PROCEDURE OF THE REPLACEMENT OF FULL-SCALE TESTS BY THE NUMERICAL SIMULATION OF THE ENGINE'S DYNAMIC CHARACTERISTICS

The possibility of using computational modeling to determine the natural frequencies and the study of stress-strain state of the elements of the electric motor is considered. A mathematical formulation of the tasks corresponding to a technical problem and require solving boundary value problems to

determine the natural frequencies of oscillation of the mechanical system, the study of steady-state oscillations of a mechanical system and analysis of non-stationary dynamic behavior of a mechanical system is given. The analysis of problem-solving methods to determine the natural frequencies and mode shapes, modeling of evolutionary processes of solid mechanics is considered. It was found that for the task requires the use of dynamic analysis of non-stationary processes, harmonic analysis, solutions of algebraic eigen value problem. It is performed the analysis of software for engineering problems, solutions of boundary value problems, studying non-stationary dynamic behavior of mechanical systems. Software package ANSYS is the best software product for the solution of the problem formulated above. The exact solutions of some boundary value problems were used for verification of software implemented in ANSYS. It shown the sequence of the numerical solutions, which used condensed grids, converges to the known exact solution. The verification of the results of computer modeling of dynamic and strength characteristics using data from field tests was performed. Comparison of the results of computational modeling and experimental data satisfactorily match. The analysis showed the investigated engine for dynamic performance complies with the regulatory requirements.

Keywords: engine, computational experiment, natural frequencies, stress-strain state.

Введение

В состав энергетической системы морских и речных судов входят электроприводы – устройства для приведения компонентов судовых механизмов во вращение и иные виды движения: рулевые устройства, лебедки, движители, якорно-швартовые механизмы, насосы, вентиляторы и пр. В настоящее время разрабатываются и внедряются новые системы судовых электроприводов, в частности асинхронные двигатели.

С целью сертификации производимых двигателей нормативными документами предусмотрено выполнение целого ряда механических испытаний. Приобретение, техническое обслуживание, расходы на эксплуатацию и обслуживание оборудования, необходимого для проведения регламентированных ГОСТами и ТУ механических испытаний, как и непосредственное проведение таких испытаний в сторонних организациях, требуют от предприятия, производящего двигатели для морских и речных судов, значительных материальных, организационных и финансовых расходов.

Современное программное обеспечение для выполнения вычислительных экспериментов с целью определения напряженно-деформированного состояния строительных конструкции, машин и приборов основывается на фундаментальных законах физики и механики [1–4]; в нем используется современный аппарат численного решения дифференциальных уравнений математической физики [5, 6], что позволяет с высокой степенью достоверности и точности описывать механические и электрические процессы в механических объектах, деталях и конструктивных элементах механизмов и машин, в том числе в элект-

тродвигателях. Компьютерное моделирование с использованием современных коммерческих пакетов прикладных программ позволяет обоснованно отказаться от проведения дорогостоящих натуральных испытаний механических объектов в пользу проведения вычислительных экспериментов [7, 8].

Целью настоящей работы является обоснование возможности применения вычислительного моделирования с использованием современных программных комплексов и высокопроизводительной вычислительной техники для замены динамических механических испытаний двигателя на стойкость к механическим внешним воздействующим факторам.

В настоящее время оценка динамических механических характеристик двигателей основана на проведении ряда механических испытаний, регламентированных ГОСТ 16962.2–90, 30630.1.2–99 и другими:

- определение диапазона частот собственных колебаний конструкции с целью проверки механических свойств изделий и получения исходной информации для выбора методов испытаний на вибропрочность и виброустойчивость;

- испытания на прочность при кратковременном и длительном воздействии синусоидальной вибрации для проверки способности изделий противостоять разрушающему действию вибрации и сохранять свои параметры после ее воздействия;

- испытание на ударную устойчивость с целью проверки способности изделий противостоять разрушающему действию одиночных ударов с большими ускорениями и выполнять свои функции после воздействия ударов.

Вычислительное моделирование позволяет заменить перечисленные выше виды механических динамических испытаний конструкций, машин и механизмов проведением следующих вычислительных экспериментов:

- определение спектра частот собственных колебаний [9] как двигателя в целом, так и его отдельных узлов и деталей для любого заданного диапазона значений;

- исследование напряженно-деформированного состояния двигателя при воздействии кратковременной вибрации (в пределах одного синусоидального цикла) и длительной синусоидальной вибрации для определения показателей длительной прочности двигателя [10];

– исследование напряженно-деформированного состояния [11] двигателя при воздействии одиночного удара по известному закону изменения ускорения.

В дополнение к указанным выше ГОСТам нормативные документы «Правила технического наблюдения за постройкой судов и изготовлением материалов и изделий для судов», сформулированные ФАУ «Российский морской регистр судоходства», устанавливают дополнительные требования, обеспечивающие возможность эксплуатации оборудования на морских судах:

– длительный крен судна до $22,5^\circ$, длительный дифферент до 10° , а также одновременный крен и дифферент в указанных пределах;

– бортовая качка судна до $22,5^\circ$ и килевая до 10° от вертикали с периодом 7–9 с;

– судовая вибрация с частотой от 2 до 25 Гц с амплитудой 1,6 мм при частотах от 25 до 100 Гц ускорением $\pm 4g$;

– удары с ускорением $\pm 5g$ при частоте от 40 до 80 ударов в минуту.

Научно-техническая и практическая ценность разрабатываемой методики определения динамических характеристик двигателей при проведении испытаний на вибростойкость методом компьютерного моделирования в качестве альтернативы проведению натурных испытаний заключается в следующем:

– выполнение оценки и анализа причин погрешности компьютерного моделирования динамических характеристик электродвигателя;

– проведение вычислительных экспериментов с целью моделирования динамического поведения сложной пространственной конструкции при заданных видах динамического нагружения;

– исследование частот и форм собственных колебаний как отдельных составляющих сложной пространственной конструкции, так и конструкции в целом;

– получение рекомендаций по использованию сложной пространственной конструкции при динамическом нагружении в реальных условиях;

– разработка общих подходов к исследованию динамических характеристик приборов, деталей и конструктивных элементов машин и механизмов, строительных конструкций и промышленных объектов с целью замены натурных испытаний вычислительным моделированием с использованием современных высокопроизводительных вычислительных систем.

1. Математическая формулировка задачи

Разрешающие соотношения механики сплошной среды для отдельного конечного элемента [12–14] в матричной форме могут быть представлены в виде

$$[M_e]\{\ddot{u}\} + [K_e]\{u\} = \{P\} + \{F\}. \quad (1)$$

Здесь введены обозначения: $K_e = \int_{\Omega} [B]^T [D][B] d\Omega$ – матрица жесткости конечного элемента; $[M_e] = \rho \int_{\Omega} \{N\}^T \{N\} d\Omega$ – матрица распределения масс конечного элемента, ρ – плотность; $\{u\}$, $\{\ddot{u}\}$ – векторы узловых перемещений и ускорения; $\{P\}$, $\{F\}$ – векторы поверхностных нагрузок и массовых сил; $[B]$ – матрица соотношений между компонентами тензора деформаций и вектора перемещений; $[D]$ – матрица упругих свойств материала; $[N]$ – матрица пробных функций, определенных в пределах конечного элемента; Ω – объем, занятый конечным элементом.

Модальный анализ используется для определения собственной частоты и формы колебаний. Основные гипотезы и допущения модального анализа:

- рассматриваются твердые деформируемые тела;
- механическая система имеет постоянную жесткость и неизменное распределение масс;
- демпфирование (диссипация энергии) отсутствует;
- переменные нагрузки, перемещения, давления, температуры, вынужденные вибрации отсутствуют.

Уравнение движения системы для незатухающих колебаний для принятых допущений, выраженное в матричной записи, имеет вид

$$[M]\{\ddot{u}\} + [K]\{u\} = \{0\}. \quad (2)$$

Для линейной системы свободные колебания представляются решением

$$\{u\} = \{\varphi_i\} \cos(p_i, t), \quad (3)$$

где $\{\varphi_i\}$ – вектор, отражающий форму собственных колебаний, соответствующую частоте p_i .

Гармонический анализ предназначен для решения уравнений движения в случае установившихся колебательных процессов (вынужденных колебаний). Рассматривается общее уравнение движения

$$[M]\{\ddot{u}\} + [C]\{\dot{u}\} + [K]\{u\} = \{F\}, \quad (4)$$

где $[C]$ – матрица демпфирования.

Предполагается, что при установившемся процессе все точки конструкции движутся с одной и той же заданной частотой, но, возможно, с различными сдвигами по фазе. Причиной возникновения сдвига по фазе может являться наличие демпфирования. В этом случае перемещения можно представить в виде

$$\{u\} = \{u_{\max} e^{ip}\} e^{i\Omega t}, \quad (5)$$

где u_{\max} – амплитуда перемещения; i – мнимая единица; p – циклическая частота, $p = 2\pi f$; f – техническая частота; Ω – циклическая частота внешней нагрузки.

2. Выбор и обоснование инструментария для решения задачи

В настоящее время разработано и используется большое количество программных продуктов, предназначенных для выполнения инженерного анализа механических систем и процессов, для исследования напряженно-деформированного состояния, устойчивости, надежности, прочности механизмов и машин, строительных конструкций, зданий и сооружений в целом и их отдельных деталей и узлов. К ним относятся Abaqus, APM Winmachine, APM FEM для КОМПАС-3D, MSC Nastran, SolidWorks Simulation, ANSYS и пр.

Перечисленные выше пакеты инженерного анализа имеют как достоинства, так и недостатки:

- в пакете Abaqus отсутствует встроенный язык программирования, что существенно сокращает его возможности; мало справочной и учебной литературы;

- возможности построения сеток, выбор методик расчетов в пакетах SolidWorks Simulation и КОМПАС весьма ограничены; для про-

ведения предварительного анализа эти модули могут быть использованы, однако для детальных расчетов их возможностей явно недостаточно.

Для проведения настоящего исследования выбран конечно-элементный программный комплекс ANSYS, объективно обладающий целым рядом преимуществ:

- ФГБОУ ВПО ПНИПУ имеет лицензию на коммерческое использование этого программного продукта;

- имеется возможность распараллеливания расчетов;

- доступно простое и мощное средство автоматизации численного анализа – язык APDL, что существенно упрощает решение задач инженерного анализа;

- обширное руководство пользователя с примерами решения конкретных задач, большое количество справочной литературы.

ANSYS отлично зарекомендовал себя в сфере инженерных расчетов. Про помощи ANSYS можно решать большой спектр задач механики деформирования твердого тела.

3. Точные решения задачи о колебаниях балки круглого сечения

Для оценки свойств конечных элементов рассматривается задача о свободных колебаниях простейших тел, для которых известны точные решения.

Принимаются следующие гипотезы и допущения:

- материал тела представляет собой сплошную однородную изотропную среду, т.е. свойства материала во всех точках и во всех направлениях одинаковы; дискретная, атомическая структура вещества во внимание не принимается;

- начальные напряжения в теле, существующие до приложения нагрузки, предполагаются равными нулю;

- тело деформируется линейно и идеально упруго; перемещения точек прямо пропорциональны силам, вызывающим эти перемещения; после снятия внешней нагрузки деформации полностью исчезают;

- деформации в точках тела считаются малым и не оказывают влияния на взаимное расположение нагрузок, приложенных к телу;

– выполняется гипотеза Бернулли о том, что поперечные сечения, плоские и нормальные к продольной оси тела до приложения нагрузки, остаются плоскими и нормальными к его оси в процессе деформации;

– имеет место принцип Сен-Венана, согласно которому в точках тела, достаточно удаленных от мест приложения нагрузки, напряжения и деформации тела мало зависят от способа нагружения;

– используется принцип суперпозиции: результат воздействия нескольких внешних факторов равен сумме результатов воздействия каждого из них, прикладываемого в отдельности, и не зависит от последовательности их приложения.

В частности, рассматривается задача о нахождении собственных частот и форм колебаний балки длиной $l = 2$ м с круглым поперечным сечением диаметром 0,1 м. Свойства материала: модуль упругости $E = 2 \cdot 10^5$ МПа, коэффициент Пуассона $\mu = 0,3$, плотность $\rho = 7800$ кг/м³.

Известны точные решения такой задачи [1, 2, 4], описывающие крутильные, продольные и изгибные колебания. Первые собственные частоты для каждого из видов колебаний рассматриваемой балки представлены в таблице.

Собственные частоты p_n изгибных, крутильных и продольных колебаний балки круглого поперечного сечения, заземленной на правом конце, соответствующие точным решениям

Номер n частоты	Частота колебаний p_n, c^{-1}		
	изгибных	крутильных	продольных
1	15,69	392,54	632,96
2	98,36	1177,64	1898,89
3	275,35	1962,73	3164,81
4	539,70	2747,83	4430,73
5	892,15	3532,92	5696,66

4. Численные решения задачи о колебаниях балки круглого сечения

Рассматривается решение той же задачи о свободных колебаниях балки круглого поперечного сечения с использованием программного комплекса ANSYS [13]. Для аппроксимации области, занятой материалом балки, использованы конечные элементы Beam188, Beam189 и Solid186 [12]. Элементы Beam188 и Beam189, основанные на балочной теории Тимошенко, они пригодны для моделирования балочных конструкций, имеющих умеренное соотношение длины и толщины.

Элемент Beam188 является двухузловым балочным элементом с линейной аппроксимацией поля перемещения; элемент Beam189 является трехузловым балочным элементом с квадратичной аппроксимацией поля перемещения. Каждый из элементов Beam188 и Beam189 имеет по шесть степеней свободы (перемещения вдоль каждой координатной оси и углы поворота вокруг каждой координатной оси).

Элемент Solid186 является трехмерным конечным элементом, применяемым для решения задач механики деформируемого твердого тела, реализующим квадратичную аппроксимацию поля перемещения в пределах занимаемой области. Этот конечный элемент содержит 20 узлов, каждый из которых имеет три степени свободы (перемещения в направлении каждой из координатных осей).

Поскольку численное решение существенно зависит от размеров конечных элементов, выполнен ряд вычислительных экспериментов по определению собственных частот и форм колебаний с использованием конечных элементов кубической формы разного размера. Сопоставление результатов определения собственных частот свободных колебаний балки круглого сечения, полученных с использованием программного комплекса ANSYS, со значениями, получаемыми из точного решения той же задачи, приведены на рис. 1–3.

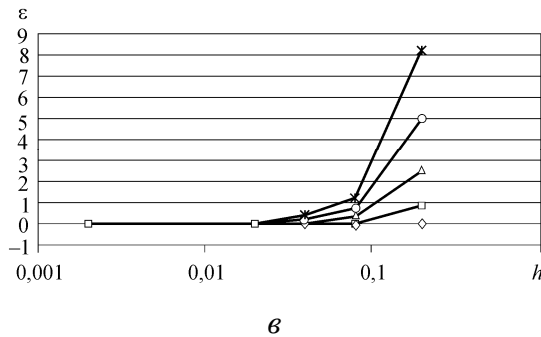
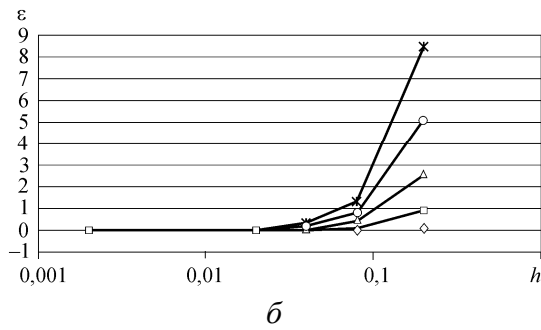
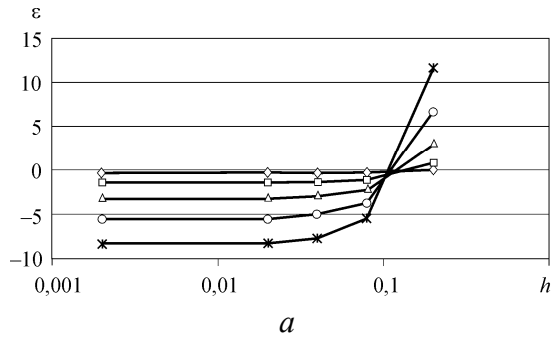
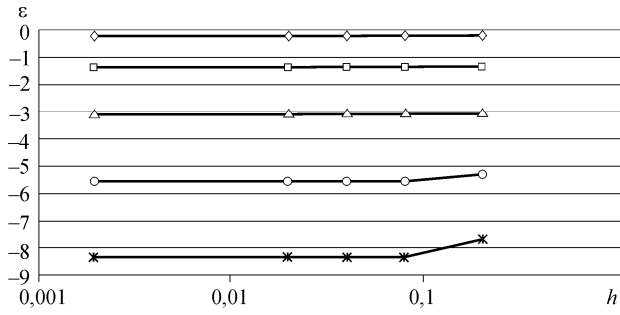
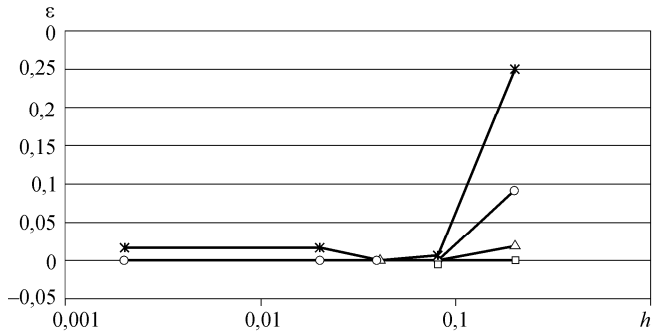


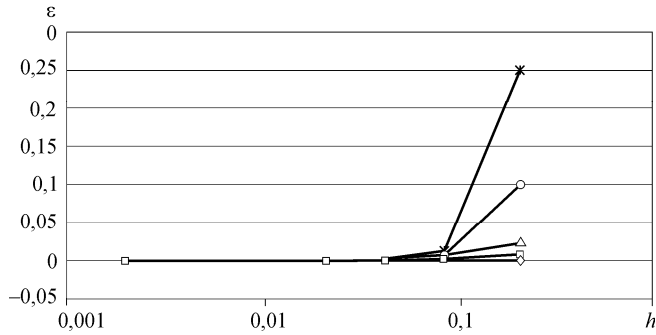
Рис. 1. Зависимость от характерного размера конечных элементов h (мм) относительных погрешностей ε (%) определения собственных частот поперечных (a), крутильных (b) и продольных (v) колебаний балки при использовании конечных элементов типа Beam188: \diamond – 1-я частота, \square – 2-я частота, Δ – 3-я частота, \circ – 4-я частота, \times – 5-я частота



a

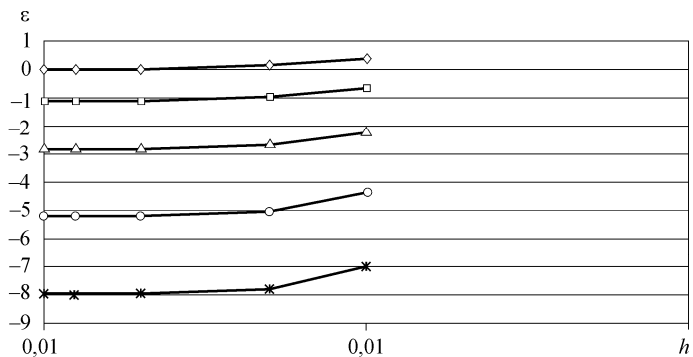


б

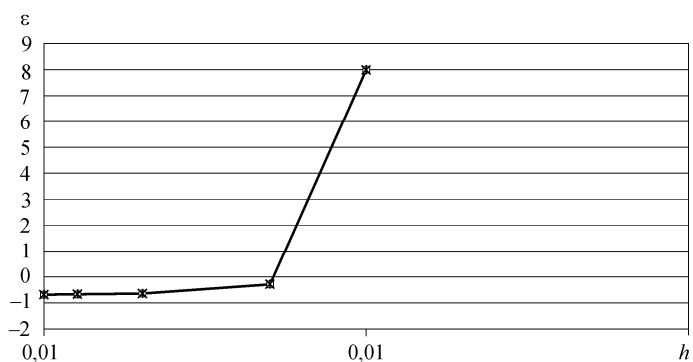


в

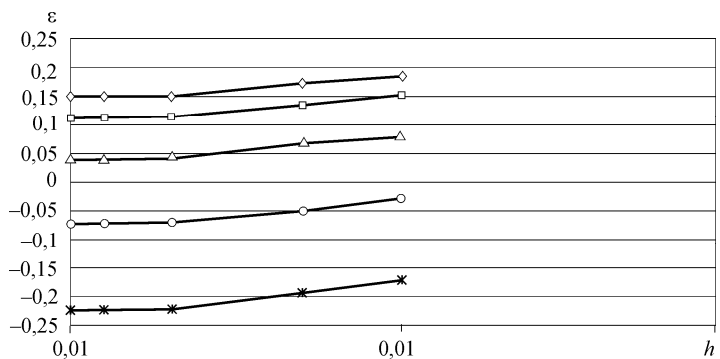
Рис. 2. Зависимость от характерного размера конечных элементов h (мм) относительных погрешностей ε (%) определения собственных частот поперечных (*a*), крутильных (*б*) и продольных (*в*) колебаний балки при использовании конечных элементов типа Veam189: \diamond – 1-я частота, \square – 2-я частота, Δ – 3-я частота, \circ – 4-я частота, \ast – 5-я частота



a



б



в

Рис. 3. Зависимость от характерного размера конечных элементов h (мм) относительных погрешностей ε (%) определения собственных частот поперечных (*a*), крутильных (*б*) и продольных (*в*) колебаний балки при использовании конечных элементов типа Solid186: ◇ – 1-я частота, □ – 2-я частота, △ – 3-я частота, ○ – 4-я частота, ✱ – 5-я частота

5. Вычислительные работы по определению динамических и прочностных характеристик электродвигателя

Механические испытания двигателя включают:

- определение собственных (резонансных) частот элементов двигателя и двигателя в сборе;
- испытание на прочность при воздействии синусоидальной вибрации длительное (вибропрочность длительная);
- испытание на воздействие механических ударов одиночного действия.

Для проведения вычислительных экспериментов использовался программно-аппаратный комплекс со следующими характеристиками:

- CPU i5-4670 4-го поколения Intel (Haswell) с пиковой производительностью 97 MFLOPS в мультитемном режиме на четырех ядрах, системная плата на чипсете Z97 с двухканальной RAM 8Гб DDR3, Windows 7x64 SP1, SSD 128Гб;
- пакеты инженерного анализа ANSYS (обладатель лицензии – ФГБОУ ВПО ПНИПУ).

Значения физико-механических характеристик, принятых для моделирования (плотность материалов узлов и деталей, коэффициент Пуассона, модуль упругости, предел прочности, предел текучести и пр.), соответствуют реальным параметрам применяемых материалов. Вентилятор, пластины ротора и балансировочные кольца жестко закреплены на валу и не допускают перемещений относительно друг друга. Ротор в сборе сбалансирован. Вентилятор имеет незначительный дисбаланс относительно оси вращения, который компенсируется дополнительными грузами при проведении динамических балансировочных испытаний.

С использованием модуля модального анализа [15] комплекса ANSYS определены резонансные частоты двигателя в целом и его отдельных элементов. Установлено, что наименьшая резонансная частота всего двигателя в сборе существенно превышает номинальную частоту 21 Гц, максимальную допустимую для двигателя частоту 60 Гц, а также верхнюю частоту диапазона требований 100 Гц.

С использованием модуля гармонического анализа [15] выполнены вычислительные работы по исследованию длительной прочности электродвигателя для границ октав регламентированного диапазона: 10–20, 20–40, 40–80, 80–160 Гц. Наибольшее эквивалентное напряжение (по Мизесу) за единичный вибрационный цикл в заднем щите дви-

гателя достигает величины 26 МПа при испытании на частоте 160 Гц и амплитуде ускорения 30 м/с^2 . Количество циклов до разрушения, соответствующее указанному эквивалентному напряжению, составит не менее 10^7 , что соответствует числу циклов, выполненным при проведении натурных виброиспытаний. Следует ожидать, что рассмотренную вибрационную нагрузку элементы двигателя выдержат без разрушения.

Модуль динамического анализа [13] позволил провести исследование ударной прочности при нанесении одиночных ударов по двигателю вдоль каждой из координатных осей. Наибольшее эквивалентное напряжение при единичном ударе наблюдается в вентиляторе и составляет 190 МПа, что ниже предела текучести используемого материала. Рассмотренную ударную нагрузку элементы двигателя выдерживают без разрушения.

Заключение

Сформулирована техническая постановка проблемы обоснования возможности применения вычислительного моделирования для замены динамических механических испытаний двигателей. Приведена математическая постановка задач, соответствующих технической проблеме и требующих решения краевых задач по определению собственных частот колебаний механической системы, исследованию установившихся колебаний механической системы и анализу нестационарного динамического поведения механической системы.

Выполнен анализ методов решения задач по определению собственных частот и форм колебаний, моделированию эволюционных процессов механики деформируемого твердого тела. Установлено, что для решения поставленных задач необходимо использование методов динамического анализа нестационарных процессов, гармонического анализ, решения алгебраической проблемы собственных значений.

С использованием точных решений краевых задач механики деформируемого твердого тела выполнена верификация программного обеспечения, реализованного в программном комплексе ANSYS. Показано на последовательности сгущающихся сеток, что получаемые в программном комплексе ANSYS численные решения сходятся с известными точными решениями.

С использованием программного комплекса ANSYS выполнены исследования частот собственных колебаний отдельных элементов дви-

гателя, определены резонансные частоты отдельных элементов электродвигателя и двигателя в целом, выполнены вычислительные работы по исследованию длительной прочности электродвигателя. Расчеты позволили установить, что при заданных геометрических, прочностных и динамических характеристиках рассматриваемое устройство выдержит длительные испытания на вибропрочность, при этом запас прочности достигает 2,3. Проведены вычислительные работы по исследованию ударной прочности (одиночные удары вдоль координатных осей) двигателя. Расчеты показали, что рассматриваемое устройство выдержит испытания на одиночные удары, при этом запас прочности равен ориентировочно 1,3.

Результаты вычислительного моделирования и экспериментальных данных удовлетворительно соответствуют друг другу. Верификация математической модели, построенной с использованием возможностей программного комплекса ANSYS, выполнена успешно. Обоснована возможность замены динамических механических испытаний двигателя вычислительным моделированием с использованием программного комплекса ANSYS.

Список литературы

1. Бабаков И.М. Теория колебаний. – М.: Наука, 1965. – 559 с.
2. Бидерман В.Л. Теория механических колебаний. – М.: Высшая школа, 1980. – 408 с.
3. Биргер И.А., Пановко Я.Г. Прочность, устойчивость, колебания. – Т. 1. – М.: Машиностроение, 1988. – 829 с.
4. Тимошенко С.П. Колебания в инженерном деле. – М.: Гос. изд-во физ.-мат. лит-ры, 1959. – 440 с.
5. Калиткин Н.Н. Численные методы. – М.: Наука, 1978. – 512 с.
6. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы. – М.: Наука, 1989. – 432 с.
7. Бояршинов М.Г., Трушков В.А. Вычислительное моделирование динамических и прочностных характеристик механического оборудования // Актуальные проблемы современного машиностроения: сб. тр. Междунар. науч.-практ. конф. – Томск: Изд-во Том. политехн. ун-та, 2014. – С. 119–122.
8. Бояршинов М.Г., Трушков В.А., Казанцев А.В. Использование ресурсов вычислительного кластера ЦВВС ПНИПУ для определения динамических и прочностных характеристик механического оборудо-

вания // Высокопроизводительные параллельные вычисления на кластерных системах: материалы XIV Междунар. конф. НРС-2014. – Пермь: Изд-во Перм. нац. исслед. политехн. ун-та, 2014. – С. 85–95.

9. Коллатц Л. Задачи на собственное значение. – М.: Наука, 1968. – 504 с.

10. Москвитин В.В. Циклические нагружения элементов конструкций. – М.: Наука, 1981. – 344 с.

11. Филиппов А.П. Колебания деформируемых систем. – М.: Машиностроение, 1970. – 732 с.

12. Решение задач динамики в ANSYS, геометрия моделей, разбиение моделей на конечные элементы. Краткое руководство пользователя: пер. с англ. / под ред. В.Е. Прохоренко, Г.Н. Евсеева. – Екатеринбург: УГТУ-УПИ, 2002. – 379 с.

13. ANSYS Release 10.0: ANSYS Modeling and Meshing Guide. – ANSYS, Inc, 2005. – 280 p.

14. Zienkiewicz O.C. The Finite Element Method. – London: McGraw-Hill Company, 1977. – 787 p.

15. Леонтьев Н.В. Применение системы ANSYS к решению задач модального и гармонического анализа. – Нижний Новгород, 2006. – 101 с.

References

1. Babakov I.M. Teoriia kolebaniy [The theory of vibration]. Moscow: Nauka, 1965. 559 p.

2. Biderman V.L. Teoriia mekhanicheskikh kolebaniy [The theory of mechanical vibrations]. Moscow: Vysshaya shkola, 1980. 408 p.

3. Birger I.A., Panovko Ia.G. Prochnost', ustoychivost', kolebaniia. Tom 1 [Strength, resistance, fluctuations. Vol. 1]. Moscow: Mashinostroyeniye, 1988. 829 p.

4. Timoshenko S.P. Kolebaniia v inzhenernom dele [Fluctuations in engineering]. Moscow: Gosudarstvennoye izdatel'stvo fiziko-matematicheskoi literatury, 1959. 440 p.

5. Kalitkin N.N. Chislennyye metody [Numerical methods]. Moscow: Nauka, 1978. 512 p.

6. Samarskii A.A., Gulin A.V. Chislennyye metody [Numerical methods]. Moscow: Nauka, 1989. 432 p.

7. Boiarshinov M.G., Trushkov V.A. Vychislitel'noye modelirovaniye dinamicheskikh i prochnostnykh kharakteristik mekhanicheskogo oborudo-

vaniia [Computational modeling of dynamic and strength characteristics of mechanical equipment]. *Sbornik trudov Mezhdunarodnoi nauchno-prakticheskoi konferentsii "Aktual'nye problemy sovremennogo mashinostroeniia"*. Tomsk: Tomskii politekhnicheskii universitet, 2014, pp. 119-122.

8. Boiarshinov M.G., Trushkov V.A., Kazantsev A.V. Ispol'zovanie resursov vychislitel'nogo klastera TsVVS PNIPU dlia opredeleniia dinamicheskikh i prochnostnykh kharakteristik mekhanicheskogo oborudovaniia [Using a computing cluster resources TSVVS PNIPU to determine the dynamic strength properties and mechanical equipment]. *Materialy XIV Mezhdunarodnoi konferentsii NRS-2014 "Vysokoproizvoditel'nye parallel'nye vychisleniia na klasternykh sistemakh"*. Perm: Permskii natsional'nyi issledovatel'skii politekhnicheskii universitet, 2014, pp. 85-95.

9. Kollatts L. Zadachi na sobstvennoe znachenie [The eigenvalues problems]. Moscow: Nauka, 1968. 504 p.

10. Moskvitin V.V. Tsiklicheskie nagruzheniia elementov konstruksii [The cyclic loading of structural elements]. Moscow: Nauka, 1981. 344 p.

11. Filippov A.P. Kolebaniia deformiruemykh system [Fluctuations of deformable systems]. Moscow: Mashinostroenie, 1970. 732 p.

12. Reshenie zadach dinamiki v ANSYS, geometriia modelei, razbienie modelei na konechnye elementy. Kratkoe rukovodstvo pol'zovatel'ia [The solving dynamics problem in ANSYS, the model geometry, partition models into finite elements. Quick Start Guide]. Ed. V.E. Prokhorenko, G.N. Evseeva. Ekaterinburg, 2002. 379 p.

13. ANSYS Release 10.0: ANSYS Modeling and Meshing Guide. ANSYS, Inc, 2005. 280 p.

14. Zienkiewicz O.C. The Finite Element Method. London: McGraw-Hill Company, 1977. 787 p.

15. Leont'ev N.V. Primenenie sistemy ANSYS k resheniiu zadach modal'nogo i garmonicheskogo analiza [Application of ANSYS to solving the problems of modal and harmonic analysis]. Nizhnii Novgorod, 2006. 101 p.

Получено 11.03.2015

Об авторах

Бояршинов Михаил Геннадьевич (Пермь, Россия) – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой «Автомобили и технологические машины» Пермского национального исследователь-

ского политехнического университета (614990, г. Пермь, Комсомольский пр., 29, e-mail: michaelgb@mail.ru).

Скутин Андрей Андреевич (Пермь, Россия) – аспирант кафедры «Динамика и прочность машин» Пермского национального исследовательского политехнического университета (614990, г. Пермь, Комсомольский пр., 29, e-mail: skutinandrei@yandex.ru).

About the authors

Mikhail G. Boiarshinov (Perm, Russian Federation) – Doctor of Technical Sciences, Professor, Department of Automobiles and Technological Machines, Perm National Research Polytechnic University (29, Komsomolsky av., Perm, 614990, Russian Federation, e-mail: michaelgb@mail.ru).

Andrei A. Skutin (Perm, Russian Federation) – Postgraduate Student, Department of Dynamics and Strength Machines, Perm National Research Polytechnic University (29, Komsomolsky av., Perm, 614990, Russian Federation, e-mail: skutinandrei@yandex.ru).