

DOI: 10.15593/2224-9982/2015.41.06

УДК 004.942

**Н.Л. Бачев, О.А. Бетинская, Р.В. Бульбович**

Пермский национальный исследовательский  
политехнический университет, Пермь, Россия

## **СТАЦИОНАРНАЯ ТРЕХМЕРНАЯ МОДЕЛЬ ГОРЕНИЯ ТОПЛИВНЫХ ГАЗОВ**

Разработана численная стационарная трехмерная модель рабочего процесса в многозонной камере сгорания (КС) с компонентами воздух – топливный газ. Приведена система уравнений в частных производных, описывающая трехмерное турбулентное течение с горением. Дискретные аналоги уравнений сохранения получены методом контрольного объема с использованием шахматной сетки. Система дискретных аналогов решается с использованием алгоритма типа SIMPLER методом прогонок по осевому, радиальному, окружному направлениям. Для обеспечения устойчивости численной процедуры используется нижняя релаксация. В качестве критерия сходимости процесса итерации используется величина невязки дискретных аналогов уравнений сохранения. Для реализации граничных условий введена система фиктивных ячеек по всем границам трехмерной расчетной области. На головке, стенках и оси симметрии КС реализуются значения переменных или их производных. На выходе из КС граничные условия восстанавливаются в процессе итераций. В качестве турбулентной модели используется подсеточная модель Смагоринского. Скорость горения определяется выбором минимального значения из скорости турбулентного горения и скорости реакции по модели Аррениуса. Для верификации модели проведена серия экспериментальных исследований по изучению рабочего процесса в зоне горения многозонной камеры. Максимальное отличие расчетных и экспериментальных данных по температуре составило 0,9 %, что свидетельствует о работоспособности предложенной модели.

**Ключевые слова:** камера сгорания, зона горения, уравнения сохранения, модель турбулентного горения, граничные условия, дискретный аналог, коэффициент избытка воздуха.

**N.L. Bachev, O.A. Betinskaya, R.V. Bulbovich**

Perm National Research Polytechnic University, Perm, Russian Federation

## **STATIONARY THREE-DIMENSIONAL MODEL OF FUEL GASE BURNING**

The numerical stationary three-dimensional model of working process in the multizonal combustion chamber with components of air – fuel gas is developed. The system of equations in partial derivatives describing three-dimensional turbulent flow with burning is given. Discrete analogs of the conservation equations are obtained by control volume method with use of staggered grid. The system of discrete analogs is solved with use of algorithm like SIMPLER by sweep method in the axial, radial and circumferential directions. The under-relaxation is used to ensure stability of numerical procedure. The residual value of discrete analogs of the conservation equations is used as criterion of iterative process. For realization of boundary conditions the system of fictitious cells is introduced on all boundaries of three-dimensional computational domain. Values of variables or their derivatives are realized on a head, walls and axis of symmetry of combustion chamber. At the exit of combustion chamber the boundary

conditions are restored during the iterations. The Smagorinsky subgrid model is used as a turbulent model. Burning rate is determined by a choice of the minimum value of the rate of turbulent burning and reaction rate based on Arrhenius model. For verification of the model a number of experiments on studying the working process in a zone of burning of the multizonal chamber was carried out. The maximum difference of calculated and experimental data on temperature is 0,9%, that indicates applicability of proposed model.

**Keywords:** combustion chamber, zone of burning, conservation equations, model of turbulent burning, boundary conditions, discrete analog, excess air coefficient.

При создании высокоресурсной малоэмиссионной камеры сгорания (КС) энергоустановок для утилизации попутного нефтяного газа (ПНГ) и других техногенных газов требуется определение оптимальных параметров при различных схемах организации внутрикамерного процесса. В данной работе рассмотрена стационарная трехмерная модель рабочего процесса, позволяющая прогнозировать поля течения, давления, температуры, коэффициента избытка окислителя, концентраций окислителя, горючего и продуктов сгорания по объему КС при сжигании гомогенных и гетерогенных газозвоздушных смесей с различными схемами подвода окислителя и горючего.

### Математическая модель рабочего процесса

Рассматривается цилиндрическая многозонная КС, в которой зона горения отвечает за устойчивость процесса, а зоны разбавления служат для обеспечения необходимых параметров на входе в газовую турбину. Процессы в газовой смеси рассматриваются в подходе Эйлера. Система уравнений в частных производных, описывающая трехмерное турбулентное течение с горением, имеет следующий вид [1].

Уравнение неразрывности

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho v_x) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r \rho v_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \varphi}(\rho v_\varphi) = 0, \quad (1)$$

где  $\rho$  – плотность газовой смеси;  $v_x$ ,  $v_r$ ,  $v_\varphi$  – осевая, радиальная и окружная скорости газа.

Уравнение сохранения осевой компоненты импульса

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x}(\rho v_x v_x) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r \rho v_r v_x) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \varphi}(\rho v_\varphi v_x) = \\ & = -\frac{\partial P}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \mu \frac{\partial v_x}{\partial x} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \mu \frac{\partial v_x}{\partial r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left( \mu \frac{1}{r} \frac{\partial v_x}{\partial \varphi} \right), \end{aligned} \quad (2)$$

где  $\mu$  – коэффициент эффективной динамической вязкости газовой смеси;  $p$  – давление.

Уравнение сохранения радиальной компоненты импульса

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x}(\rho v_x v_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r \rho v_r v_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \varphi}(\rho v_\varphi v_r) = \\ & = -\frac{\partial P}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \mu \frac{\partial v_r}{\partial x} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \mu \frac{\partial v_r}{\partial r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left( \mu \frac{1}{r} \frac{\partial v_r}{\partial \varphi} \right). \end{aligned} \quad (3)$$

Уравнение сохранения окружной компоненты импульса

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x}(\rho v_x v_\varphi) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r \rho v_r v_\varphi) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \varphi}(\rho v_\varphi v_\varphi) = \\ & = -\frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial \varphi} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \mu \frac{\partial v_\varphi}{\partial x} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \mu \frac{\partial v_\varphi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left( \mu \frac{1}{r} \frac{\partial v_\varphi}{\partial \varphi} \right). \end{aligned} \quad (4)$$

Уравнение сохранения энергии

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x}(\rho v_x H) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r \rho v_r H) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \varphi}(\rho v_\varphi H) = \\ & = \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\lambda}{C_p} \frac{\partial H}{\partial x} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\lambda}{C_p} \frac{\partial H}{\partial r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left( \frac{\lambda}{C_p} \frac{1}{r} \frac{\partial H}{\partial \varphi} \right) + Q_{x,p}, \end{aligned} \quad (5)$$

где  $H$ ,  $C_p$ ,  $\lambda$  – энтальпия, изобарная теплоемкость и коэффициент эффективной теплопроводности газовой смеси;  $Q_{x,p}$  – изменение теплосодержания газа за счет химической реакции горения.

Уравнение сохранения смеси доли в составе продуктов сгорания

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x}(\rho v_x \psi) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r \rho v_r \psi) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \varphi}(\rho v_\varphi \psi) = \\ & = \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\mu}{\sigma_\varphi} \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\mu}{\sigma_\varphi} \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left( \frac{\mu}{\sigma_\varphi} \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial \varphi} \right) + W, \end{aligned} \quad (6)$$

где  $W$  – скорость химической реакции горения; эффективное число Шмидта  $\sigma_\varphi = 0,9$ .

Уравнение сохранения концентрации горючего в топливовоздушной смеси

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x}(\rho v_x C_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r \rho v_r C_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \varphi}(\rho v_\varphi C_r) = \\ & = \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\mu}{\sigma_\varphi} \frac{\partial C_r}{\partial x} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\mu}{\sigma_\varphi} \frac{\partial C_r}{\partial r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left( \frac{\mu}{\sigma_\varphi} \frac{1}{r} \frac{\partial C_r}{\partial \varphi} \right) - W, \end{aligned} \quad (7)$$

где  $C_r$  – концентрация горючего.

Эффективная вязкость  $\mu$  вычисляется как сумма молекулярной вязкости  $\mu_m$  и подсеточной турбулентной вязкости  $\mu_{sgs}$ , а эффективная теплопроводность  $\lambda$  выражается через вязкость и число Прандтля:

$$\mu = \mu_m + \mu_{sgs}, \quad \lambda = C_p \left( \frac{\mu_m}{Pr} + \frac{\mu_{sgs}}{Pr_{sgs}} \right),$$

где подсеточное число Прандтля  $Pr_{sgs} = 0,8$ .

Для определения параметров турбулентности используется подсеточная турбулентная модель Смагоринского [2, 3]. Турбулентная вязкость определяется только теми турбулентными пульсациями, размер которых сопоставим или меньше шага сетки, т.е. подсеточной турбулентностью.

Подсеточная турбулентная вязкость определяется по формуле [2]

$$\mu_{sgs} = \rho (C_S \Delta)^2 |S|, \quad |S| = (2S_{m,l} \cdot S_{m,l})^{\frac{1}{2}},$$

где постоянная Смагоринского  $C_S = 0,06 \dots 0,25$ . Тензор скоростей деформации

$$S_{m,l} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v_m}{\partial x_l} + \frac{\partial v_l}{\partial x_m} \right), \quad m = x, r, \varphi; \quad l = x, r, \varphi.$$

Характерная ширина фильтра  $\Delta$  имеет порядок местного шага сетки. Для контрольного объема с размерами  $dx, dr, rd\varphi$

$$\Delta = (rdrdx d\varphi)^{\frac{1}{3}}.$$

Используемые в дальнейшем кинетическая энергия турбулентности  $K$  и скорость диссипации кинетической энергии турбулентности  $\varepsilon$  определяются следующим образом [3]:

$$K = C \left( \frac{\mu_{sgs}}{\rho \Delta} \right)^2, \quad \varepsilon = \frac{C_\mu \rho K^2}{\mu_{sgs}},$$

где постоянные  $C = 45,833$ ;  $C_\mu = 0,09$ .

Скорость горения топливного газа может зависеть от скорости турбулентного смешения в масштабе турбулентных пульсаций и химико-кинетического взаимодействия горючего с окислителем. В общем случае она определяется выражением [1]

$$W = \min \{W_T, W_X\}.$$

Скорость химического взаимодействия горючего с окислителем по механизму брутто-реакции аррениусовского типа

$$W_X = k_0 \rho C_T \exp \left( -\frac{E}{R_0 T} \right),$$

где  $R_0$  – универсальная газовая постоянная;  $E$  – энергия активации;  $k_0$  – предэкспоненциальный множитель.

Скорость турбулентного смешения

$$W_T = A_w \rho \frac{\varepsilon}{K} \min \left\{ C_T, \frac{C_{ок}}{K_{m0}} \right\},$$

где  $C_{ок}$  – концентрация окислителя в топливовоздушной смеси;  $K_{m0}$  – стехиометрическое массовое соотношение компонентов;  $K$  – кинетическая энергия турбулентности;  $\varepsilon$  – скорость диссипации кинетической энергии турбулентности; константа скорости турбулентного горения  $A_w = 2 \dots 4$ .

Смесевая доля сгоревшего топливного газа  $g'_T$  в общем расходе продуктов сгорания

$$\psi = \frac{G'_T}{G_{п.с}} = \frac{1}{K_m + 1}, \quad 1 - \psi = \frac{G'_{ок}}{G_{п.с}}, \quad G'_T + G'_{ок} = G_{п.с}$$

позволяет рассматривать как гетерогенные ( $\psi = 0$ ;  $\psi = 1$ ), так и гомогенные смеси ( $0 < \psi < 1$ ).

Важнейшей характеристикой рабочего процесса является коэффициент избытка окислителя  $\alpha$ , который вычисляется по формуле

$$\alpha = \frac{1 - \psi}{K_{m0}\psi}.$$

Концентрация продуктов сгорания

$$C_{\text{п.с}} = 1 - C_r(1 + K_m) = 1 - \frac{C_r}{\psi}.$$

Концентрация окислителя в составе продуктов сгорания

$$C_{\text{ок}} = 1 - C_r - C_{\text{п.с}}.$$

Граничные условия для определения параметров рабочего процесса устанавливаются следующим образом. Во входном сечении КС ( $x = 0$ ),  $v_x(0, r, \varphi)$ ,  $v_r(0, r, \varphi)$ ,  $v_\varphi(0, r, \varphi)$  задаются в соответствии с параметрами и схемой расположения газовых форсунок. Температура  $T(0, r, \varphi)$  определяется по условиям подачи воздуха и топливного газа. Концентрация горючего  $C_r(0, r, \varphi)$  определяется в соответствии со схемой расположения форсунок горючего (гетерогенная смесь) и  $C_r(0, r, \varphi) = (\alpha K_{m0} + 1)^{-1}$  (гомогенная смесь). При условии отсутствия продуктов сгорания во входном сечении  $\psi(0, r, \varphi) = C_r(0, r, \varphi)$ .

На оси симметрии ( $r = 0$ ) реализуются условие непротекания  $v_r(x, 0, \varphi) = 0$  и равенство нулю нормальных производных:

$$\frac{\partial v_x(x, 0, \varphi)}{\partial r} = \frac{\partial v_\varphi(x, 0, \varphi)}{\partial r} = \frac{\partial \psi(x, 0, \varphi)}{\partial r} = \frac{\partial C_r(x, 0, \varphi)}{\partial r} = \frac{\partial T(x, 0, \varphi)}{\partial r} = 0.$$

На стенке КС ( $r = R$ ) реализуются условия прилипания и непротекания  $v_x(x, R, \varphi) = v_r(x, R, \varphi) = v_\varphi(x, R, \varphi) = 0$ . При подводе вторичного воздуха в зоны разбавления реализуются условия протекания в соответствии с параметрами и схемой расположения узлов подвода. При определении температурных полей задается градиент температуры

$\frac{\partial T(x, R, \varphi)}{\partial r}$  или коэффициент теплообмена между продуктами сгорания и стенкой. При определении концентрации горючего и смесевой доли задается условие отсутствия потоков через стенку

$$\frac{\partial C_r(x, R, \varphi)}{\partial r} = \frac{\partial \psi(x, R, \varphi)}{\partial r} = 0.$$

В окружном направлении реализуется равенство переменных  $\Phi(x, r, 0) = \Phi(x, r, 2\pi)$ , которое достигается в процессе итерационного цикла.

На выходе из КС ( $x = L$ ) граничные условия по всем переменным восстанавливаются в процессе итерационного цикла при решении дискретных аналогов.

### Дискретные аналоги и решение системы уравнений

Переход к дискретным аналогам уравнений сохранения (2)–(7) осуществляется методом контрольного объема [4, 5]. Уравнения сохранения (2)–(7) рассматриваются с позиции обобщенного закона сохранения:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x}(\rho v_x \Phi) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r \rho v_r \Phi) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \varphi}(\rho v_\varphi \Phi) = \\ & = \frac{\partial}{\partial x} \left( \Gamma \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \Gamma \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left( \Gamma \frac{1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial \varphi} \right) + S, \end{aligned}$$

где конкретный вид коэффициента переноса и источникового члена зависит от смысла переменной  $\Phi$ .

Объем КС разбивается на систему контрольных объемов ( $i, j, k$ ) с размерами  $dx, dr, rd\varphi$ , где  $i, j, k$  – порядковые номера контрольных объемов по направлениям  $x, r, \varphi$  соответственно (рис. 1).

В результате интегрирования дифференциальных уравнений сохранения (2)–(7) по контрольным объемам ( $i, j, k$ ) получают дискретные аналоги, представляющие собой системы линейных уравнений с переменными коэффициентами:

$$\begin{aligned} (\alpha_0)_{i,j,k} \Phi_{i,j,k} &= (\alpha_x)_{i,j,k} \Phi_{i-1,j,k} + (\alpha_x)_{i+1,j,k} \Phi_{i+1,j,k} + (\alpha_r)_{i,j,k} \Phi_{i,j-1,k} + \\ & (\alpha_r)_{i,j+1,k} \Phi_{i,j+1,k} + (\alpha_\varphi)_{i,j,k} \Phi_{i,j,k-1} + (\alpha_\varphi)_{i,j,k+1} \Phi_{i,j,k+1} + \beta_{i,j,k}, \end{aligned} \quad (8)$$

где  $(\alpha_0)_{i,j,k} = (\alpha_x)_{i,j,k} + (\alpha_x)_{i+1,j,k} + (\alpha_r)_{i,j,k} + (\alpha_r)_{i,j+1,k} + (\alpha_\varphi)_{i,j,k} + (\alpha_\varphi)_{i,j,k+1}$ ;  $\beta_{i,j,k} = r_j dr d\varphi dx S_{i,j,k}$ .

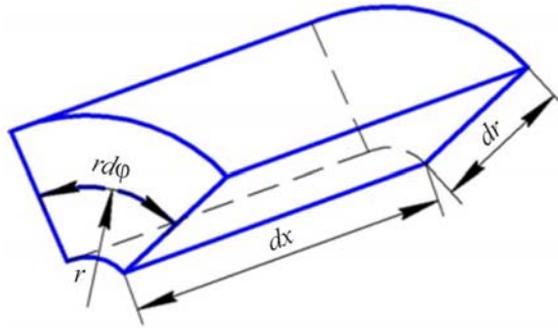


Рис. 1. Контрольный объем

Коэффициенты  $\alpha_x$ ,  $\alpha_r$ ,  $\alpha_\varphi$  учитывают интенсивности конвективного и молекулярного переноса на соответствующих гранях контрольных объемов. При их вычислении используется комбинация схемы со степенным законом и схемы против потока [4]

$$\alpha = DA(|Pe|) + \max\{G, 0\} \text{ или } \alpha = DA(|Pe|) + \max\{-G, 0\},$$

где  $G$ ,  $D$  – величины конвективного и молекулярного переноса через грани контрольных объемов.

Для схемы со степенным законом

$$A(|Pe|) = \max\left\{0, (1 - 0,1|Pe|)^5\right\}.$$

Сеточное число Пекле учитывает отношение конвективного и молекулярного переноса на гранях контрольных объемов:

$$Pe = \frac{G}{D}.$$

Компоненты скорости  $v_x$ ,  $v_r$ ,  $v_\varphi$  определяются в центрах смежных контрольных объемов  $(i-0,5, j, k)$ ,  $(i, j-0,5, k)$ ,  $(i, j, k-0,5)$  соответственно, т.е. на гранях основных контрольных объемов.

Полученные подобным образом дискретные аналоги выражают законы сохранения массы, энергии и импульса для конечного кон-

трольного объема так же, как исходные дифференциальные уравнения выражают законы сохранения для бесконечно малого контрольного объема. Одним из важных свойств метода контрольного объема является то, что в нем заложено точное интегральное сохранение массы, энергии и импульса на любой группе контрольных объемов, а не только в предельном случае очень большого их числа.

Для решения системы линейных алгебраических уравнений (8) использован метод переменных направлений по координатам  $x$ ,  $r$ ,  $\varphi$ , который является комбинацией прямого метода TDMA (алгоритм для трехдиагональной матрицы) для одномерных задач и итерационного метода Гаусса – Зейделя. Сходимость такого метода более быстрая, чем в обычном методе Гаусса – Зейделя, поскольку информация о граничных условиях быстро передается во внутреннюю часть области независимо от количества контрольных объемов.

Для обеспечения устойчивости численной процедуры используется нижняя релаксация, т.е. значение зависимой переменной после выполнения очередной итерации определяется выражением

$$\Phi = \gamma \Phi_{\text{нов}} + (1 - \gamma) \Phi_{\text{ст}},$$

где  $\Phi_{\text{нов}}$ ,  $\Phi_{\text{ст}}$  – значения, полученные на текущей и предыдущей итерациях соответственно; параметр релаксации  $0 < \gamma < 1$ .

Для прогонки вдоль линий по оси  $x$  дискретные аналоги преобразуются к виду

$$a\Phi_{i-1,j,k} - c\Phi_{i,j,k} + b\Phi_{i+1,j,k} = -d,$$

где  $a = (\alpha_x)_{i,j,k}$ ;  $b = (\alpha_x)_{i+1,j,k}$ ;  $c = (\alpha_0)_{i,j,k}$ ;  $d = (\alpha_r)_{i,j,k} \Phi_{i,j-1,k} + (\alpha_r)_{i,j+1,k} \Phi_{i,j+1,k} + (\alpha_\varphi)_{i,j,k} \Phi_{i,j,k-1} + (\alpha_\varphi)_{i,j,k+1} \Phi_{i,j,k+1} + \beta_{i,j,k}$ .

Для прогонки вдоль линий по оси  $r$  дискретные аналоги преобразуются к виду

$$a\Phi_{i,j-1,k} - c\Phi_{i,j,k} + b\Phi_{i,j+1,k} = -d,$$

где  $a = (\alpha_r)_{i,j,k}$ ;  $b = (\alpha_r)_{i,j+1,k}$ ;  $c = (\alpha_0)_{i,j,k}$ ;  $d = (\alpha_x)_{i,j,k} \Phi_{i-1,j,k} + (\alpha_x)_{i+1,j,k} \Phi_{i+1,j,k} + (\alpha_\varphi)_{i,j,k} \Phi_{i,j,k-1} + (\alpha_\varphi)_{i,j,k+1} \Phi_{i,j,k+1} + \beta_{i,j,k}$ .

Для прогонки вдоль линий по оси  $\varphi$  дискретные аналоги преобразуются к виду

$$a\Phi_{i,j,k-1} - c\Phi_{i,j,k} + b\Phi_{i,j,k+1} = -d,$$

где  $a = (\alpha_\varphi)_{i,j,k}$ ;  $b = (\alpha_\varphi)_{i,j,k+1}$ ;  $c = (\alpha_0)_{i,j,k}$ ;  $d = (\alpha_x)_{i,j,k} \Phi_{i-1,j,k} + (\alpha_x)_{i+1,j,k} \Phi_{i+1,j,k} + (\alpha_r)_{i,j,k} \Phi_{i,j-1,k} + (\alpha_r)_{i,j+1,k} \Phi_{i,j+1,k} + \beta_{i,j,k}$ .

Поле течения по объему КС определяется в два этапа. На первом этапе с использованием приближенного поля давления  $P^*(x, r, \varphi)$  определяется промежуточное поле скоростей  $v_x^*(x, r, \varphi)$ ,  $v_r^*(x, r, \varphi)$ ,  $v_\varphi^*(x, r, \varphi)$ , которое удовлетворяет закону сохранения импульса (2)–(4), но не удовлетворяет уравнению неразрывности (1). Для каждого контрольного объема вычисляются разбалансы расходов

$$dG_{i,j,k} = (G_x)_{i,j,k} - (G_x)_{i+1,j,k} + (G_r)_{i,j,k} - (G_r)_{i,j+1,k} + (G_\varphi)_{i,j,k} - (G_\varphi)_{i,j,k+1},$$

где  $G_x$ ,  $G_r$ ,  $G_\varphi$  – расходы через соответствующие грани контрольных объемов, вычисленные с использованием промежуточного поля скоростей.

Из уравнения неразрывности (1) можно получить следующий дискретный аналог для определения корректировочного поля давления:

$$\begin{aligned} (\alpha_0)_{i,j,k} (P_{cor})_{i,j,k} = & (\alpha_x)_{i,j,k} (P_{cor})_{i-1,j,k} + (\alpha_x)_{i+1,j,k} (P_{cor})_{i+1,j,k} + \\ & + (\alpha_r)_{i,j,k} (P_{cor})_{i,j-1,k} + (\alpha_r)_{i,j+1,k} (P_{cor})_{i,j+1,k} + (\alpha_\varphi)_{i,j,k} (P_{cor})_{i,j,k-1} + \\ & + (\alpha_\varphi)_{i,j,k+1} (P_{cor})_{i,j,k+1} + dG_{i,j,k}, \end{aligned} \quad (9)$$

где  $(\alpha_x)_{i,j,k} = \rho_{i-0,5,j,k} (a_x)_{i,j,k} r_j dr d\varphi dx$ ;  $(\alpha_r)_{i,j,k} = \rho_{i,j-0,5,k} (a_r)_{i,j,k} \times r_{j-0,5} dr d\varphi dx$ ;  $(\alpha_\varphi)_{i,j,k} = \rho_{i,j,k-0,5} (a_\varphi)_{i,j,k} r_j dr d\varphi dx$ .

Коэффициенты  $(\alpha_x)_{i,j,k}$ ,  $(\alpha_r)_{i,j,k}$ ,  $(\alpha_\varphi)_{i,j,k}$  вычисляются при выводе дискретных аналогов  $v_x^*(x, r, \varphi)$ ,  $v_r^*(x, r, \varphi)$ ,  $v_\varphi^*(x, r, \varphi)$  и представляют собой отношение объема ячейки к коэффициенту  $(\alpha_0)_{i,j,k}$  соответственно.

Дискретный аналог (9) решается методом переменных направлений. При задании нормальных компонент скоростей на границах расчетной области граничными условиями при определении  $(P_{cor})_{i,j,k}$  являются нулевые производные, т.е. заданные скорости на границах не корректируются.

Действительное поле давления

$$P_{i,j,k} = P_{i,j,k}^* + (P_{cor})_{i,j,k}.$$

Действительные скорости течения

$$\begin{aligned} (v_x)_{i,j,k} &= (v_x^*)_{i,j,k} + (a_x)_{i,j,k} (P_{i-1,j,k} - P_{i,j,k}), \\ (v_r)_{i,j,k} &= (v_r^*)_{i,j,k} + (a_r)_{i,j,k} (P_{i,j-1,k} - P_{i,j,k}), \\ (v_\varphi)_{i,j,k} &= (v_\varphi^*)_{i,j,k} + (a_\varphi)_{i,j,k} (P_{i,j,k-1} - P_{i,j,k}). \end{aligned}$$

### Результаты численного моделирования и их анализ

Для апробации модели в качестве исследуемого объекта выбрана зона горения многозонной КС, предназначенной для утилизации ПНГ в газотурбинной установке с выработкой электрической энергии [6–8]. Скорости топливного газа и воздуха на входе в КС получены по уравнению расхода и являются осредненными по поперечному сечению головки. Приведенные ниже результаты численного моделирования получены при следующих значениях геометрических и режимных параметров:  $L_k = 0,400$  м;  $d_k = 0,320$  м;  $dx = 0,040$  м;  $dr = 0,020$  м;  $d\varphi = 1,57$  рад;  $g_{ок} = 0,386$  кг/с;  $g_{гор} = 0,024$  кг/с;  $(v_x)_{вх} = 1,5$  м/с;  $(v_r)_{вх} = 0,15$  м/с;  $(v_\varphi)_{вх} = 0$  м/с;  $T_{вх} = 288$  К;  $P_{вх} = 0,345$  м/с;  $(C_\Gamma)_{вх} = 0,059$ ;  $\psi_{вх} = 0,059$ . В подсеточной турбулентной модели Смагоринского приняты следующие значения постоянных:  $C_S = 0,1$ ;  $Pr_{sgs} = 0,8$ ;  $C = 48,833$ ;  $C_\mu = 0,09$ ;  $\sigma_\varphi = 0,9$ . При определении скорости химической реакции горения использованы следующие значения постоянных:  $k_0 = 1,019 \cdot 10^6$  с<sup>-1</sup>;  $E = 0,24$  МДж/кг;  $A_w = 3,0$  [9, 10].

Для сравнения результатов численного моделирования с экспериментальными данными проведена серия экспериментов по сжиганию ПНГ с содержанием балластирующих компонентов ( $N_2$ ,  $CO_2$ , He) 40,6 % в зоне горения многозонной КС. Принципиальная схема экспериментальной установки приведена на рис. 2.

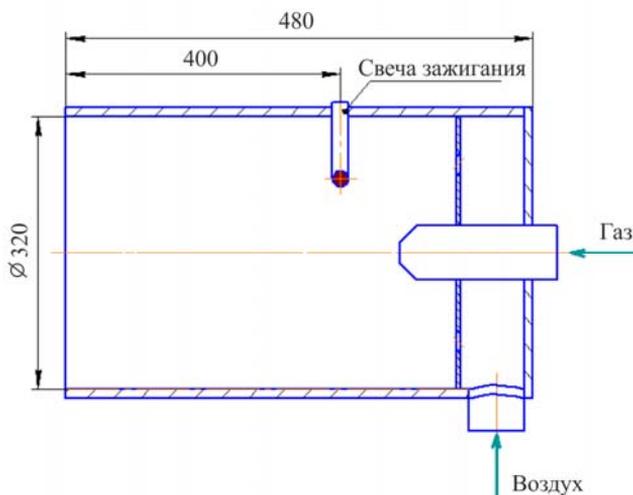


Рис. 2. Схема экспериментальной установки

В процессе экспериментальных исследований измерялись расходы, давления и температуры в магистралях подвода воздуха и топливного газа на входе в камеру и температура продуктов сгорания на оси камеры на расстоянии 80 и 160 мм от устья горелки. Сравнение численных и экспериментальных результатов по температуре показано на рис. 3 (экспериментальные значения обозначены крестиком). Максимальное отличие расчетных и экспериментальных данных составляет 0,9 %, что говорит о работоспособности предложенной модели. Неравномерность температурного поля на выходе из зоны горения составила 20 %.

На рис. 4, 5 представлены расчетные профили концентрации непрореагировавшего горючего, продуктов сгорания и коэффициента избытка воздуха по длине КС на оси ( $\bar{r} = 0$ ), ядре потока ( $\bar{r} = 0,44$ ) и пристеночной области ( $\bar{r} = 1$ ) соответственно.

Анализ зависимостей, приведенных на рис. 4, показывает, что в пристеночной области скорость горения является незначительной.

Этот факт объясняется наличием скоростного пограничного слоя и слабой интенсивностью перемешивания воздуха и топливного газа. Максимальное отличие концентраций в осевой и пристеночной зоне составляет 22 %.

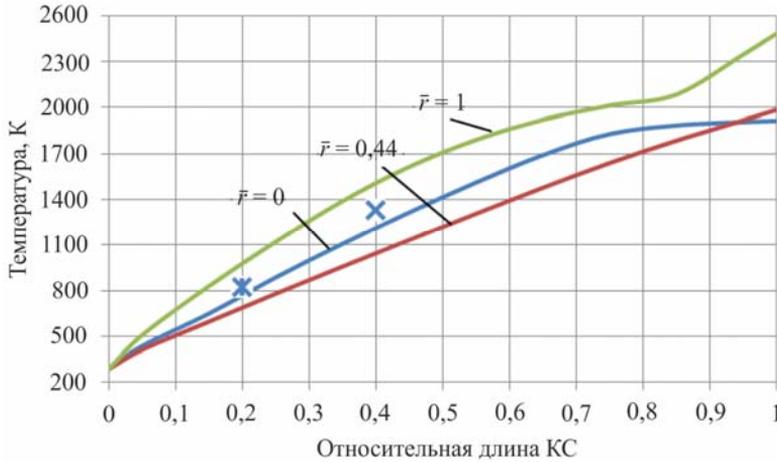


Рис. 3. Профили температуры по длине КС

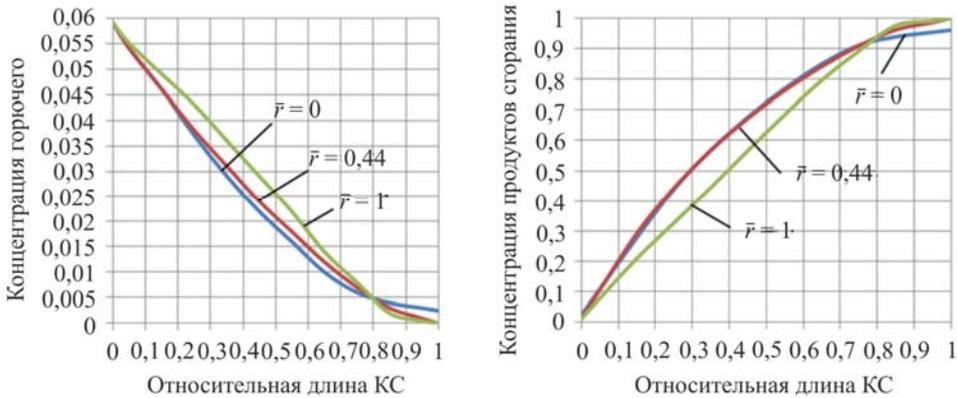


Рис. 4. Профили концентрации горючего и продуктов сгорания по длине КС

Как видно из рис. 5, на расстоянии 60 мм от устья горелки наблюдаются ярко выраженные максимумы коэффициента избытка воздуха, что свидетельствует о большом количестве прореагировавшего в этой зоне воздуха. Этот процесс обеспечивается интенсивным конвективным перемешиванием струй воздуха и топливного газа, что объясняется влиянием конструктивных особенностей горелки (см. рис. 2).

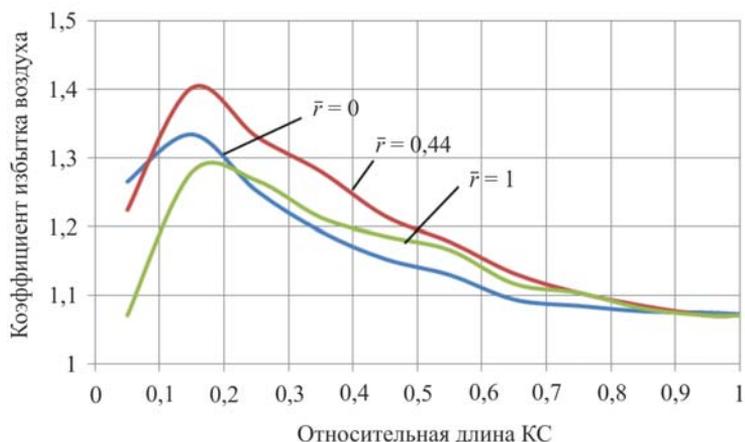


Рис. 5. Профили коэффициента избытка воздуха по длине КС

Таким образом, разработанная трехмерная модель дает возможность прогнозировать распределение параметров рабочего процесса по объему многозонной утилизационной камеры сгорания при сжигании разнородных по составу топливных газов. Реализация рассмотренных граничных условий позволяет определять параметры рабочего процесса при различных схемах подвода окислителя и горючего. Хорошее совпадение расчетных и экспериментальных данных по температуре в зоне горения, полученных при сжигании попутного нефтяного газа с высоким содержанием балластирующих компонентов, позволяет сделать вывод о том, что разработанная модель может быть успешно применена при разработках камер сгорания газотурбинных установок различного назначения и газогенераторов жидкостных ракетных двигателей.

### Библиографический список

1. Лебединский Е.В., Калмыков Г.П., Мосолов С.В. Рабочие процессы в жидкостном ракетном двигателе и их моделирование / под ред. А.С. Коротеева. – М.: Машиностроение, 2008. – 512 с.
2. Волков К.Н. Моделирование крупных вихрей взаимодействия круглой турбулентной струи с преградой // Математическое моделирование. – 2007. – Т. 19, № 2. – С. 3–22.
3. Юрокина Ю.В. Метод крупномасштабной турбулентности по модели Смагоринского // Математическое моделирование. – 1999. – Т. 11, № 4. – С. 83–99.

4. Патанкар С. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости. – М.: Энергоатомиздат, 1984. – 152 с.

5. Численное моделирование рабочего процесса в камере сгорания жидкостных ракетных двигателей с дожиганием генераторного газа при сверхкритических параметрах / Н.Л. Бачев, О.О. Матюнин, А.А. Козлов, Н.Ю. Бачева // Вестник МАИ. – 2011. – Т. 18, № 2. – С. 108–116.

6. Выбор геометрических и режимных параметров камеры сгорания для утилизации попутного нефтяного газа / О.А. Зуева, Н.Л. Бачев, Р.В. Бульбович, А.М. Клещевников // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Аэрокосмическая техника. – 2013. – № 34. – С. 40–51.

7. Выбор геометрических, режимных и тепловых параметров высокоресурсной камеры сгорания для утилизации ПНГ / О.А. Зуева, Н.Л. Бачев, Р.В. Бульбович, А.М. Клещевников // Газовая промышленность. – 2013. – № 698. – С. 94–97.

8. Разработка газотурбинной установки для утилизации нефтяного газа с выработкой электрической и тепловой энергии на малодебитных месторождениях / О.А. Зуева, Н.Л. Бачев, Р.В. Бульбович, А.М. Клещевников // Нефтяное хозяйство. – 2014. – № 1084. – С. 98–101.

9. Кондратьев В.Н., Никитин Е.Е. Кинетика и механизм газофазных реакций. – М.: Наука, 1974. – 558 с.

10. Основы практической теории горения / В.В. Померанцев [и др.]. – Л.: Энергоатомиздат, 1986. – 309 с.

### References

1. Lebedinskiy E.V., Kalmykov G.P., Moslov S.V. Rabochie protsessy v zhidkostnom raketnom dvigatele i ikh modelirovanie [Working processes in the liquid rocket engine and their modeling]. Moscow: Mashinostroenie, 2008. 512 p.

2. Volkov K.N. Modelirovanie krupnykh vikhrey vzaimodeystviya krugloy turbulentnoy strui s pregradoy [Modeling of large vortexes caused by interaction of a circular turbulent jet with an obstacle]. *Matematicheskoe modelirovanie*, 2007, vol. 19, no. 2, pp. 3-22.

3. Yurokina Yu.V. Metod krupnomasshtabnoy turbulentnosti po modeli Smagorinskogo [Method of large-scale turbulence on Smagorinsky's model]. *Matematicheskoe modelirovanie*, 1999, vol. 11, no. 4, pp. 83-99.

4. Patankar S. Chislennyye metody resheniya zadach teploobmena i dinamiki zhidkosti [Numerical solutions of problems of heat exchange and fluid mechanics]. Moscow: Energoatomizdat, 1984. 152 p.

5. Bachev N.L., Matyunin O.O., Kozlov A.A., Bacheva N.Yu. Chislennoe modelirovanie rabocheho protsessa v kamere sgoraniya zhidkostnykh raketnykh dvigateley s dozhiganiem generatornogo gaza pri sverkhkriticheskikh parametrakh [Numerical modeling of working process in the combustion chamber of liquid rocket engines with reburning of generating gas at supercritical parameters]. *Vestnik MAI*, 2011, vol. 18, no. 2, pp. 108-116.

6. Zueva O.A., Bachev N.L., Bulbovich R.V., Kleshchevnikov A.M. Vybory geometricheskikh i rezhimnykh parametrov kamery sgoraniya dlya utilizatsii poputnogo neftyanogo gaza [Choice of geometrical and regime parameters of the combustion chamber for utilization of associated petroleum gas]. *Vestnik Permskogo natsionalnogo issledovatel'skogo politekhnicheskogo universiteta. Aerokosmicheskaya tekhnika*, 2013, no. 34, pp. 40-51.

7. Zueva O.A., Bachev N.L., Bulbovich R.V., Kleshchevnikov A.M. Vybory geometricheskikh, rezhimnykh i teplovykh parametrov vysokoresursnoy kamery sgoraniya dlya utilizatsii PNG [Choice of geometric, operational and thermal parameters of high-resource combustion chambers for utilization of associated petroleum gas]. *Gazovaya promyshlennost*, 2013, no. 698, pp. 94-97.

8. Zueva O.A., Bachev N.L., Bulbovich R.V., Kleshchevnikov A.M. Razrabotka gazoturbinnoy ustanovki dlya utilizatsii neftyanogo gaza s vyrabotkoy elektricheskoy i teplovooy energii na malodebitnykh mestorozhdeniyakh [Development of a gas turbine plant for utilization of associated petroleum gas for gathering electrical and thermal energy at marginal fields]. *Neftyanoe khozyaystvo*, 2014, no. 1084, pp. 98-101.

9. Kondratev V.N., Nikitin E.E. Kinetika i mekhanizm gazofaznykh reaktsiy [Kinetics and mechanism of gas-phase reactions]. Moscow: Nauka, 1974. 558 p.

10. Pomerantsev V.V. [et al.]. Osnovy prakticheskoy teorii goreniya [Basics of practical combustion theory]. Leningrad: Energoatomizdat, 1986. 309 p.

### Об авторах

**Бачев Николай Леонидович** (Пермь, Россия) – кандидат технических наук, доцент кафедры «Ракетно-космическая техника и энергетические системы» ФГБОУ ВПО ПНИПУ (614990, г. Пермь, Комсомольский пр., д. 29, e-mail: bnl54@yandex.ru).

**Бетинская Оксана Андреевна** (Пермь, Россия) – аспирант кафедры «Ракетно-космическая техника и энергетические системы» ФГБОУ ВПО ПНИПУ (614990, г. Пермь, Комсомольский пр., д. 29, e-mail: oksanochka\_zueva@mail.ru).

**Бульбович Роман Васильевич** (Пермь, Россия) – доктор технических наук, профессор кафедры «Ракетно-космическая техника и энергетические системы» ФГБОУ ВПО ПНИПУ (614990, г. Пермь, Комсомольский пр., д. 29, e-mail: dekan\_akf@pstu.ru).

### About the authors

**Nikolay L. Bachev** (Perm, Russian Federation) – Ph. D. in Technical Sciences, Associate Professor, Department of Rocket and Space Engineering and Power Generating Systems, Perm National Research Polytechnic University (29, Komsomolsky av., Perm, 614990, Russian Federation, e-mail: bnl54@yandex.ru).

**Oksana A. Betinskaya** (Perm, Russian Federation) – Doctoral Student, Department of Rocket and Space Engineering and Power Generating Systems, Perm National Research Polytechnic University (29, Komsomolsky av., Perm, 614990, Russian Federation, e-mail: oksanochka\_zueva@mail.ru).

**Roman V. Bulbovich** (Perm, Russian Federation) – Doctor of Technical Sciences, Professor, Department of Rocket and Space Engineering and Power Generating Systems, Perm National Research Polytechnic University (29, Komsomolsky av., Perm, 614990, Russian Federation, e-mail: dekan\_akf@pstu.ru).

Получено 2.03.2015