

**Н.С. Шабрыкина, С.В. Иванишин, М.А. Гуляев**  
**N.S. Shabrykina, S.V. Ivanishin, M.A. Gulyaev**

Пермский национальный исследовательский политехнический университет  
Perm National Research Polytechnic University

## **МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ НОГИ ЧЕЛОВЕКА ПРИ ВЫПОЛНЕНИИ СПОРТИВНЫХ ДВИЖЕНИЙ**

### **MODELING OF HUMAN BODY MOVEMENTS IN SPORT**

Построена многозвенная модель ноги человека с учетом действия шести основных мышц. Модель использована для описания движения тела человека при отталкивании перед прыжком. Найдены реакции в голеностопном, коленном и тазобедренных суставах, реакция опоры и суставные моменты в зависимости от времени.

In this article a model comprising four body segments and six muscles was created. The model was used to describe body movement during the take-off in vertical jumping. Ankle, knee and hip joint reactions and torques along with ground reaction force were calculated as functions of time.

**Ключевые слова:** биомеханика, реакция в суставе, реакция опоры, суставной момент, фигурное катание.

**Keywords:** biomechanics, joint reaction force, ground reaction force, joint torque, figure skating.

Нижние конечности выполняют опорную, рессорную и двигательную функции человеческого тела. За счет суставов, мышц и связок нижние конечности как бы амортизируют движения тела и ослабляют передачу на туловище всех толчков, сотрясений при ходьбе, беге, прыжках. При различных движениях человека, как бытовых, так и спортивных (ходьба, прыжки, бег), суставы человека испытывают нагрузки, как физиологические, так и патологические. Особенно велика вероятность проявления патологических нагрузок в спорте. Для изучения нагрузок на нижние конечности человека, в том числе при занятиях спортом, используются многозвенные модели нижней конечности человека, в которых кости представляются стержнями, а суставы шарнирами [1–4].

Целью данной работы является моделирование движения нижней конечности человека при различных движениях, в частности при прыжке. В данной работе рассматриваются прыжки в фигурном катании. Наибольшие нагрузки

на суставы возникают при отталкивании перед прыжком и при приземлении после прыжка [2, 3]. Математическое моделирование этих фаз прыжка может помочь избежать травм и выбрать более рациональную стратегию выпрыгивания и приземления.

В данной работе построена четырехзвенная модель человеческого тела, которая состоит из туловища, бедра, голени, стопы (рис. 1). В модели приняты следующие допущения:

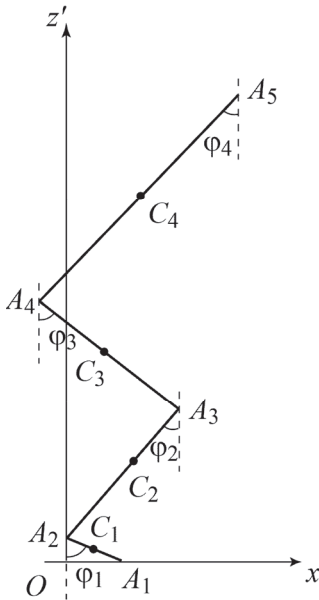


Рис. 1. Четырехзвенная модель тела человека

1. Тело человека представлено как последовательность сегментов, являющихся абсолютно твердыми стержнями.

2. Масс-инерционные характеристики сегментов соответствуют антропометрическим характеристикам частей тела человека и постоянны в течение рассматриваемого промежутка времени.

3. Суставы представляют собой шарниры.

4. Ограничения на движения суставов отсутствуют.

5. Расчеты проводятся с учетом влияния шести основных мышц ноги.

Точками  $C_1$ – $C_4$  обозначены центры масс каждого звена,  $\varphi_1$ – $\varphi_4$  – углы между звеньями и вертикалью, которые определяют положение тела в пространстве. Координаты центров масс вычисляются по формулам:

$$x_i = l_1 \sin \varphi_1 + \sum_{k=1}^{i-1} (-1)^k l_k \sin \varphi_k + (-1)^i r_i \sin \varphi_i,$$

$$z_i = \sum_{k=1}^{i-1} l_k \cos \varphi_k + r_i \cos \varphi_i,$$

где  $(x_i, z_i)$  – координаты центра масс  $i$ -го звена,  $i = 1 \dots 4$ ;  $A_1 C_1 = r_1$ ,  $A_2 C_2 = r_2$ ,  $A_3 C_3 = r_3$ ,  $A_4 C_4 = r_4$ ;  $l_i$  – длины соответствующих звеньев,  $i = 1 \dots 4$ .

Поскольку существенное влияние на движение нижней конечности оказывают мышцы, для изучения реакций в суставах необходимо учесть действия основных мышц ноги человека. На рис. 2 изображены рассматриваемые нами мышцы.

Для определения реакций в суставах и суставных моментов конструкция разбивается на четыре звена. На рис. 3–6 изображены силы, действующие на каждое из звеньев. Уравнения динамики плоскопараллельного движения для звеньев имеют вид:

$$m\vec{a}_i = \sum \vec{F} , \quad (1)$$

$$I_i\ddot{\phi}_i = \sum M^e , \quad (2)$$

где  $\vec{a}_i$  – ускорения центров масс звеньев системы,  $i = 1 \dots 4$ ;  $\vec{F}$  – внешние силы, действующие на данное звено;  $I_i$  – моменты инерции звеньев относительно центра масс данного звена;  $M^e$  – моменты внешних сил, действующих на звено.

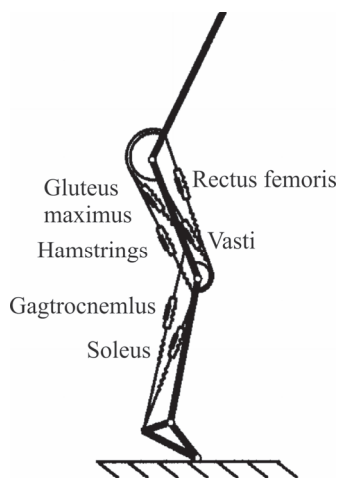


Рис. 2. схема зацепления основных мышц ноги человека: gastrocnemius – икроножная мышца (gas); gluteus maximus – большая ягодичная мышца (glu); rectus femoris – прямая мышца бедра (rec); soleus musculus – камбаловидная мышца (sol); musculus vastus medialis (vasti) – широкая мышца бедра (vas); musculus biceps femoris (hamstrings) – двуглавая мышца бедра (ham) [5]

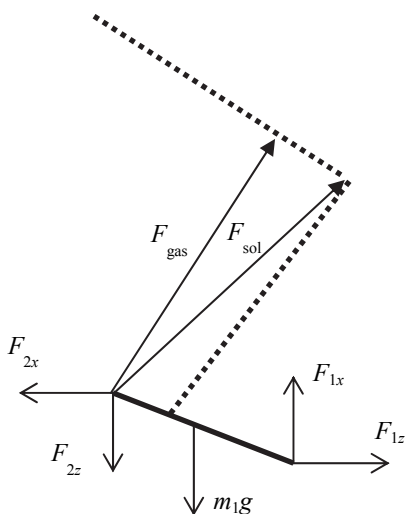


Рис. 3. Силы, действующие на стопу

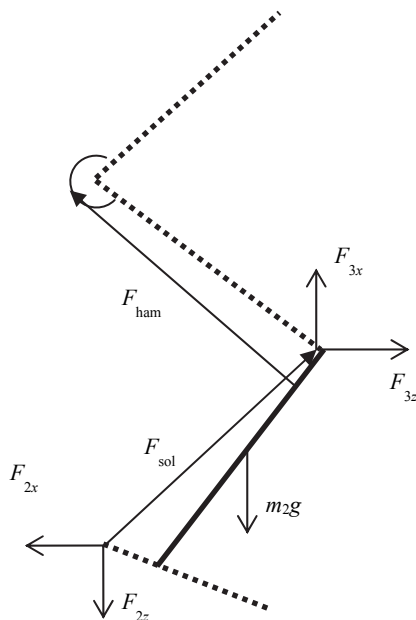


Рис. 4. Силы, действующие на голень

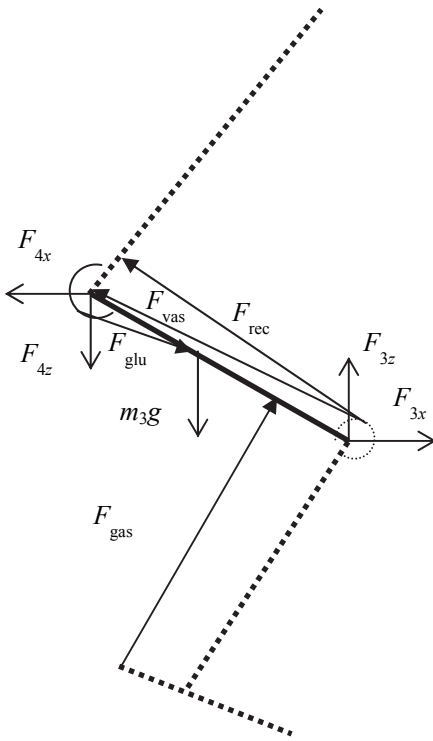


Рис. 5. Силы, действующие на бедро

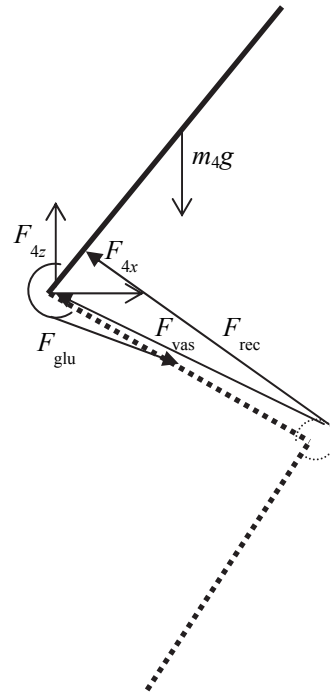


Рис. 6. Силы, действующие на туловище

Из выражений (1), (2) были определены реакции в суставах, реакция опоры и суставные моменты:

$$F_{1x} = \sum_{i=1}^4 m_i \ddot{x}_i + F_{\text{sol}} \sin \alpha_{\text{sol}} + F_{\text{gus}} \sin \alpha_{\text{gus}}, \quad (3)$$

$$F_{1z} = \sum_{i=1}^4 m_i (\ddot{z}_i + g) + F_{\text{sol}} \cos \alpha_{\text{sol}} + F_{\text{gas}} \cos \alpha_{\text{gus}}, \quad (4)$$

$$F_{2x} = \sum_{i=2}^4 m_i \ddot{x}_i - F_{\text{sol}} \sin \alpha_{\text{sol}} + F_{\text{vas}} \cos \alpha_{\text{vas}} + F_{\text{rec}} \cos \alpha_{\text{rec}} - F_{\text{ham}} \sin \alpha_{\text{ham}}, \quad (5)$$

$$F_{2z} = \sum_{i=1}^4 m_i (\ddot{z}_i + g) - F_{\text{sol}} \cos \alpha_{\text{sol}} - F_{\text{vas}} \cos \alpha_{\text{vas}} - F_{\text{rec}} \sin \alpha_{\text{rec}} + F_{\text{ham}} \sin \alpha_{\text{ham}}, \quad (6)$$

$$F_{3x} = \sum_{i=3}^4 m_i \ddot{x}_i - F_{\text{gas}} \sin \alpha_{\text{gas}} + F_{\text{vas}} \cos \alpha_{\text{vas}} - F_{\text{glu}} \cos \alpha_{\text{glu}}, \quad (7)$$

$$F_{3z} = \sum_{i=3}^4 m_i (\ddot{z}_i + g) - F_{\text{gas}} \cos \alpha_{\text{gas}} - F_{\text{vas}} \cos \alpha_{\text{vas}} + F_{\text{glu}} \sin \alpha_{\text{glu}}, \quad (8)$$

$$F_{4x} = m_4 \dot{x}_4 + F_{\text{rec}} \sin \alpha_{\text{rec}} - F_{\text{ham}} \cos \alpha_{\text{ham}} - F_{\text{glu}} \cos \alpha_{\text{glu}}, \quad (9)$$

$$F_{4z} = m_4 (\ddot{z}_4 + g) - F_{\text{rec}} \cos \alpha_{\text{rec}} + F_{\text{ham}} \sin \alpha_{\text{ham}} + F_{\text{glu}} \sin \alpha_{\text{glu}}, \quad (10)$$

$$M_2 = I_1 \ddot{\phi} - F_{1x} r_1 \cos \phi_1 - F_{1z} r_1 \sin \phi_1 + F_{2x} (l_1 - r_1) \cos \phi_1 + \\ + F_{2z} (l_1 - r_1) \sin \phi_1 + F_{\text{sol}} l_2 \cos \alpha_{\text{sol}} + F_{\text{gas}} l_2 \cos \alpha_{\text{gas}} - F_{\text{glu}} r_2 \cos \alpha_{\text{glu}}, \quad (11)$$

$$M_3 = I_2 \ddot{\phi}_2 - F_{2x} r_2 \sin \phi_2 - F_{2z} r_2 \cos \phi_2 - M_2 - F_{3x} (l_2 - r_2) \sin \phi_2 - \\ - F_{3z} (l_2 - r_2) \cos \phi_2 + F_{\text{vas}} l_2 \cos \alpha_{\text{vas}} - F_{\text{gas}} r_2 \cos \alpha_{\text{gas}} + F_{\text{rec}} l_3 \cos \alpha_{\text{rec}}, \quad (12)$$

$$M_4 = I_3 \ddot{\phi}_2 - F_{2x} r_2 \sin \phi_2 - F_{2z} r_2 \cos \phi_2 - M_3 + F_{\text{glu}} l_3 \cos \alpha_{\text{glu}} + \\ + F_{\text{gas}} r_2 \cos \alpha_{\text{gas}} + F_{\text{ham}} l_3 \cos \alpha_{\text{ham}}, \quad (13)$$

где  $F_{ix}, F_{iz}$  – компоненты реакций в суставах и реакции опоры (см. рис. 3–6),  $i=1...4$ ;  $M_i$  – суставные моменты,  $i=1...3$ ;  $F_{\text{ham}}$  и  $\alpha_{\text{ham}}$  – сила и угол наклона двуглавой мышцы бедра;  $F_{\text{glu}}$  и  $\alpha_{\text{glu}}$  – большой ягодичной мышцы;  $F_{\text{rec}}$  и  $\alpha_{\text{rec}}$  – прямой мышцы бедра;  $F_{\text{vas}}$  и  $\alpha_{\text{vas}}$  – медиальной широкой мышцы бедра;  $F_{\text{gas}}$  и  $\alpha_{\text{gas}}$  – икроножной мышцы;  $F_{\text{sol}}$  и  $\alpha_{\text{sol}}$  – камбаловидной мышцы.

Представленная выше модель зависит от углов наклона звеньев к вертикали. Для различных видов движений зависимости от времени этих углов будут разные, их можно получить экспериментально. Поскольку проведение собственного эксперимента затруднительно, были использованы литературные данные [6, 7]. Кроме того, из литературных данных известны значения моментов инерции и масс звеньев системы, а также величины  $l_i$  и  $r_i$ ,  $i=1...4$ . В работе были использованы показатели для здорового мужчины, профессионально занимающегося спортом [8].

Для исследования влияния учета действия основных мышц на реакции в суставах были использованы данные из работы [6], где исследуется прыжок с места вверх. В данной работе приведены зависимости углов наклона звеньев тела от времени (рис. 7). Нулевому моменту времени соответствует отрыв стопы человека от земли. После обработки представленных на рис. 7 экспериментальных данных были получены аналитические зависимости углов наклона звеньев от времени (рис. 8).

Для учета влияния мышц также необходимо знать нагрузки, развиваемые мышцами в процессе выпрыгивания. Эти данные также были взяты из работы [6] (рис. 9). Полученные с помощью аппроксимации аналитические зависимости для усилий мышц приведены на рис. 10.

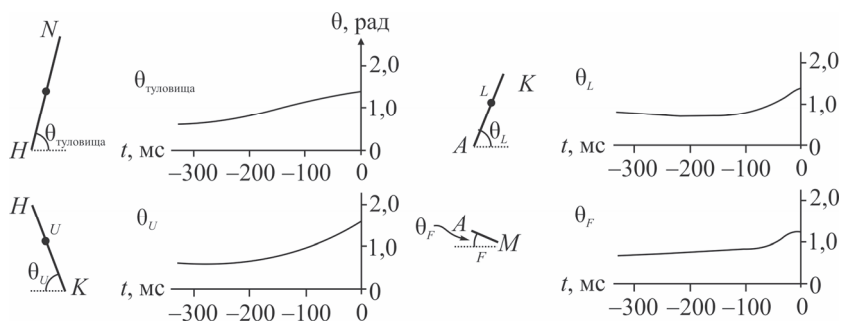


Рис. 7. Зависимости углов наклона звеньев тела от времени [6]

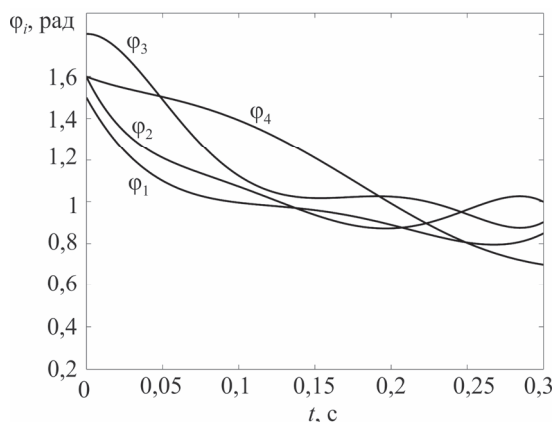


Рис. 8. Аналитические зависимости углов наклона звеньев от времени

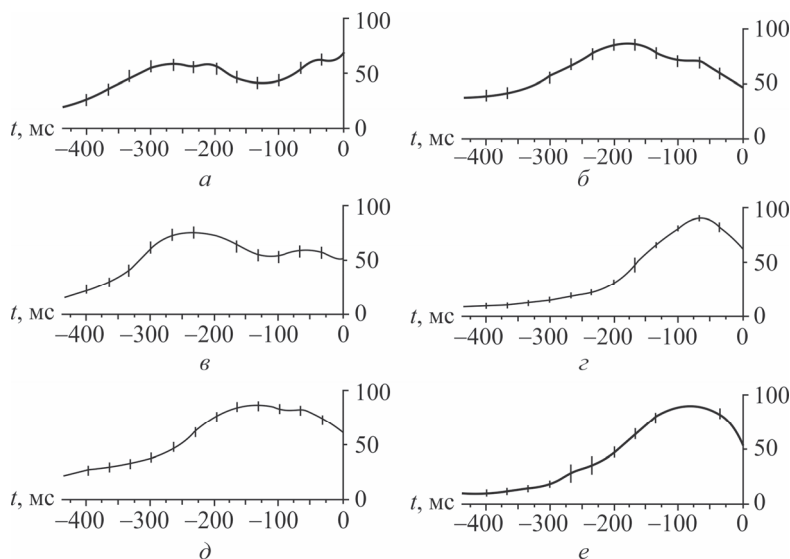


Рис. 9. Усилия мышц в зависимости от времени (в % от максимального усилия, развиваемого данной мышцей): *a* – musculus biceps femoris; *b* – musculus vastus medialis; *в* – gluteus maximus; *г* – gastrocnemius; *д* – rectus femoris; *е* – soleus musculus

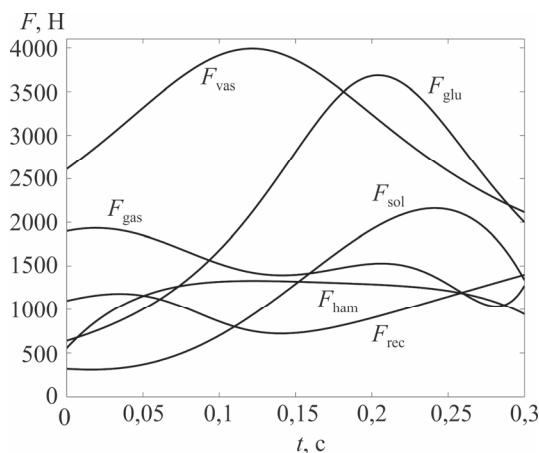


Рис. 10. Полученные с помощью аппроксимации аналитические зависимости для усилий мышц

С помощью формул (3)–(11) и полученных зависимостей углов от времени были найдены реакции в суставах и реакция опоры, представленные на рис. 11. Данный рисунок показывает, что наибольшей на протяжении всего периода времени является реакция в голеностопном суставе, которая значительно превышает реакции в коленном и тазобедренном суставах. Реакция опоры сильно меняется в зависимости от времени и достигает максимума в момент времени  $t \approx 0,2$  с. Следует отметить, что хотя все полученные величины находятся в физиологических пределах, реакция в голеностопном суставе несколько выше, чем экспериментальные данные, полученные авторами работ [1, 9]. Это может быть связано с тем, что в данной модели были рассмотрены лишь некоторые мышцы, приводящие в движение ногу человека. Соответствующие им мышцы-антагонисты не были рассмотрены, поскольку для них не было найдено литературных данных. Рассмотрение данных мышц без учета соответствующих им мышц-антагонистов, действующих на голень, привело к завышенному значению реакции в голеностопном суставе. Для более корректного моделирования необходимо в дальнейшем рассматривать мышцы в комплексе с соответствующими мышцами-антагонистами.

Суставные моменты были рассчитаны с помощью формул (12)–(13), рис. 12. Суставные моменты достигают максимальных по модулю значений не в момент отрыва человека от опоры, а в последней трети фазы выпрыгивания (при  $t \approx 0,2$  с), это связано с тем, что данная фаза отталкивания соответствует наиболее резкому выпрямлению согнутой перед прыжком опорной ноги человека. Наибольшими являются моменты в коленном и тазобедренном суставах. Полученные величины находятся в физиологических пределах [3, 4, 9].

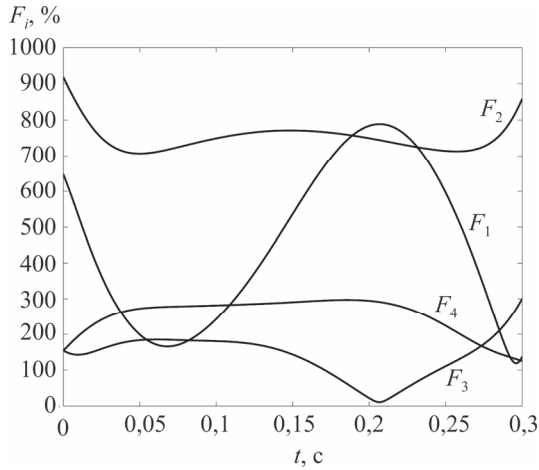


Рис. 11. Реакция опоры  $F_1$  и реакции в суставах (% от веса тела):  $F_2$  – в голеностопном;  $F_3$  – в коленном;  $F_4$  – в тазобедренном

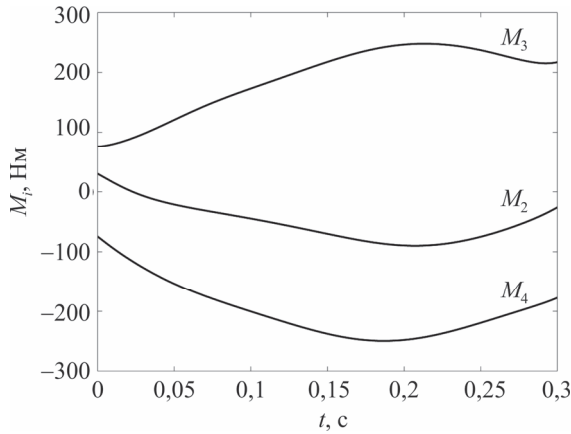


Рис. 12. Суставные моменты:  $M_2$  – в голеностопном суставе;  $M_3$  – в коленном суставе;  $M_4$  – в тазобедренном суставе

Таким образом, в работе построена математическая модель тела человека, представляющая собой четырехзвенную конструкцию, состоящую из жестких стержней, скрепленных шарнирами. При построении модели учтено действие основных мышц ноги человека. С помощью математической модели по заданным зависимостям от времени углов наклона звеньев определены реакции опоры, реакции в суставах и суставные моменты. Все полученные значения соответствуют экспериментальным данным, приведенным в литературе. Данная модель использована для анализа фазы отталкивания при прыжке вверх. В дальнейшем модель планируется использовать для изучения отталкивания перед прыжком и приземления после прыжка в фигурном катании.



## Список литературы

1. Ali N., Robertson D.G.E., Rouhi G. Body Kinematics during Single-Leg Landing from Varying Heights and Distances – Implications for Non-Contact ACL Injuries: Case Report // Portuguese Journal of Sport Sciences. – 2011. – Vol. 11, suppl. 2. – P. 631–634.
2. Haguenaer M., Legreneur P., Monteil K.M. Influence of Figure Skating Skates on Vertical Jumping Performance // Journal of Biomechanics. – 2006. – No. 39. – P. 699–707.
3. Lockwood K.L., Baudin J.P., Gervais P.L. Kinematic Characteristics of Impact Absorption During Landings of Multi-Revolution Jumps in Figure Skating // Proc of ISBS Symposium Proceedings. – 1995. – P. 236–239.
4. Biomechanical Modelling for Computation of Knee Joint Torque in Different Strategies of Stop-jump Landing / L. Mahdieh, S. Lenjannejadian, G. Ghasemi, M. Poorsina, S. Mirtavoosi // Portuguese Journal of Sport Sciences. – 2011. – Vol. 11, suppl. 2. – P. 809–812.
5. Bobbert M.F., Houdijk H., Koning J.J. From a One-Legged Vertical Jump to The Speed-Skating Push-Off: a Simulation Study // Journal of Applied Biomechanics. – 2002. – P. 28–45.
6. Bobbert M.F., van Ingen Schenau G.J. Coordination in Vertical Jumping // J. Biomechanics. – 1988. – Vol. 21, no. 3. – P. 249–262.
7. Van Soest A.J., Bobbert M.F. The Contribution of Muscle Properties in the Control of Explosive Movements // Biological Cybernetics. – 1993. – P. 195–204.
8. Биомеханика двигательного аппарата человека / В.М. Зациорский [и др.]. – М.: Физкультура и спорт, 1981. – 143 с.
9. Kho M.E. Bone-on-Bone Forces at the Ankle and Knee in Figure Skaters During Loop Jumps: Clinical Implications: A thesis for the degree of Master of Science in Kinesiology. Waterloo, Ontario, Canada. – 1996. – 152 p.

Получено 1.09.2014

**Шабрыкина Наталья Сергеевна** – кандидат физико-математических наук, доцент, ПНИПУ, ФПММ, e-mail: shabrykina@gmail.com.

**Иванишин Станислав Валерьевич** – магистрант, ПНИПУ, ФПММ, гр. БМ-13-1м, e-mail: ivanishinst92@gmail.com.

**Гуляев Михаил Андреевич** – студент, ПНИПУ, ФПММ, гр. БМ-10-1б, e-mail: gulyaev.mik@gmail.com.