

УДК 532.5-1/-9:534-13

**И.В. Храмцов, П.В. Писарев,  
В.В. Пальчиковский, Р.В. Бульбович**

Пермский национальный исследовательский политехнический университет,  
Пермь, Россия

## **МОДЕЛИРОВАНИЕ ФОРМИРОВАНИЯ И ДИНАМИКИ ВИХРЕВОГО КОЛЬЦА**

Проведено исследование процесса формирования и динамики элементарного объекта газовой динамики – вихревого кольца. Рассматривались интенсивные турбулентные вихревые кольца, получаемые поршневыми генераторами. Исследования проводились с использованием численного моделирования в системе инженерного анализа ANSYS CFX с использованием многопроцессорного вычислительного комплекса. Численные эксперименты проводились в два этапа. На первом этапе для оценки расчетных величин использовалась сравнительно крупная структурированная гексаэдральная расчетная сетка. На втором этапе по полученным свойствам вихря проведено уточнение размера конечного элемента. По результатам вычислительных экспериментов получены динамические и геометрические характеристики вихревого кольца. Полученные результаты соответствуют автомодельному закону динамики вихревого кольца и экспериментальным результатам. Проведен анализ влияния скорости поршня на свойства вихревого кольца. Структура сформированного вихревого кольца остается устойчивой, что важно для экспериментальных исследований акустических свойств данного объекта.

**Ключевые слова:** вихревое кольцо, турбулентность, газовая динамика, шум, аэроакустика, численное моделирование, метод крупных вихрей, ANSYS CFX, характеристики ламинарного ядра.

**I.V. Khrantsov, P.V. Pisarev,  
V.V. Palchikovskiy, R.V. Bulbovich**

Perm National Research Polytechnic University, Perm, Russian Federation

## **MODELING THE FORMATION AND DYNAMICS OF A VORTEX RING**

The formation and dynamics such elementary object of gas dynamics as a vortex ring is studied. Intensive turbulent vortex rings produced by piston generators are considered. The studies are carried out using numerical simulations in ANSYS CFX on the basis of the large eddy model. Calculations are carried out in two stages. On the first stage to assess the calculated values the large structured hexahedral mesh is used. On the second stage the improvement of the finite element mesh is carried out on the basis of obtained properties of the vortex. On the basis of the numerical simulations the dynamical and geometrical characteristics of the vortex ring are determined. The results of simulations are found to be in a good agreement with self-similar law of vortex ring dynamics and the experimental results. The impact analysis of piston velocity on the vortex ring properties are carried out. The structure of the generated vortex ring is found to be stable. It is important feature for experimental studies of the acoustic properties of the object.

**Keywords:** vortex ring, turbulence, gas dynamics, noise, aeroacoustics, numerical simulation, large eddy simulation, ANSYS CFX, laminar core characteristics.

## Введение

Исследования процессов формирования и движения вихревых колец проводятся в течение более ста лет. Эти исследования способствовали выяснению многих закономерностей вихревых течений жидкости и газа. Во многом это связано с тем, что данный вихрь после создания развивается только под действием собственной динамики, не испытывая влияния твердых границ.

Особым свойством вихревых колец является возможность почти стационарно двигаться в течение длительного времени, практически не изменяя своих геометрических размеров. Описание такого движения началось с работы Кельвина [1] в 1867 г. В замечании к переводу Тейта статьи Гельмгольца [2] он представил без доказательств верный результат для скорости  $V$  движения вихревого кольца с однородной завихренностью внутри вихревого ядра:

$$V = \frac{\Gamma}{4\pi R} \left[ \ln \frac{8R}{a} - \frac{1}{4} \right], \quad (1)$$

где  $\Gamma$  – циркуляция скорости во внешнем потоке около кольца;  $R$ ,  $a$  – большой и малый радиусы тора. Движение тонкого однородного вихревого кольца описал Хикс [3]. Формула для скорости движения такого вихревого кольца незначительно отличается от предложенной Кельвином:

$$V = \frac{\Gamma}{4\pi R} \left[ \ln \frac{8R}{a} - \frac{1}{2} \right]. \quad (2)$$

Движение вихревого кольца малого поперечного сечения с произвольным распределением завихренности внутри вихревого ядра существенно сложнее. Используя теоремы об энергии и импульсе вихря, Сэффмен получил следующую формулу для скорости вихревого кольца [4]:

$$V = \frac{\Gamma}{4\pi R} \left[ \ln \frac{8R}{a} - \frac{1}{2} + 2\pi^2 \frac{\overline{a^2 v_\omega^2}}{\Gamma^2} - 4\pi^2 \frac{\overline{a^2 v_\phi^2}}{\Gamma^2} \right].$$

Черта сверху обозначает усреднение по сечению ядра вихревой нити;  $v_\omega$ ,  $v_\phi$  – полоидальная скорость и скорость закрутки. Видно, что закрутка замедляет движение кольца, и, в принципе, при достаточно больших ее значениях движение может изменить свое направление.

Однако идеальная модель даже при учете вязкости не учитывает принципиальные моменты в эволюции вихревого кольца.

При проведении экспериментальных исследований [5, 6] было обнаружено, что существуют два различных режима движения вихревого кольца – ламинарный и турбулентный. Характер режима определяется критическим числом Рейнольдса  $Re_0$ , построенным по начальному радиусу и скорости вихревого кольца и равным  $\sim 10^3$ . До данного числа вихревое кольцо является ламинарным с четко просматриваемой спиральной структурой. При  $Re > Re_0$  течение становится турбулентным. В данном случае структура потока оказывается близкой к универсальной и не зависит от особенностей формирования вихревого кольца. При этом течение разделяется на две области с резкой границей – ламинарное ядро, где сосредоточен вихрь и область атмосферы, где частицы совершают хаотическое движение.

На основе экспериментальных исследований для турбулентных вихревых колец была сформулирована автомодельная теория динамики вихревого кольца [7]. Система (3) представляет собой закон движения вихревого кольца:

$$L(t) = \frac{R_0}{\alpha} \left[ \left( 1 + \frac{4\alpha u_0}{R_0} t \right)^{\frac{1}{4}} - 1 \right], \quad R(t) = R_0 + \alpha L(t), \quad (3)$$

где  $R_0$ ,  $u_0$  – начальный радиус и скорость вихревого кольца соответственно;  $\alpha$  – коэффициент, учитывающий скорость расширения вихревого кольца.

Более сложной задачей является определение завихренности в ядре. В работах [8, 9] на основе экспериментов получены структура линий тока и распределения завихренности вихревого кольца. В работе [10] изложены результаты экспериментальных исследований свойств вихревых колец и предложена математическая модель формирования, основанная на законах сохранения. Также необходимо отметить работу [11], в которой представлены результаты экспериментального исследования не очень скоростных вихревых колец с использованием техники PIV. Однако для турбулентных вихревых колец с высокими числами Рейнольдса исследования структуры средней завихренности и нестационарных процессов в вихре практически не проводились.

При этом хорошо известно, что в сдвиговых течениях, при больших числах Рейнольдса, крупные вихревые образования могут играть важную роль в процессах аэродинамического шумообразования. Основные физические закономерности проявляются уже в самых простых вихревых течениях. В связи с этим задача исследования аэроакустических свойств вихревого кольца является одним из эффективных способов понимания аэроакустики сдвиговых потоков.

В работе [12] было впервые проведено экспериментальное исследование по регистрации шума, создаваемого турбулентным вихревым кольцом. Было показано, что отдельное вихревое кольцо действительно излучает звук, а звуковое поле кольца сосредоточено в узкой полосе частот.

Акустические измерения, проведенные на коротком участке траектории, и измерение основных параметров вихревого кольца позволили сопоставить характерную частоту излучения со средними газодинамическими свойствами вихря [13]. Также представлена связь колебаний ядра вихревого кольца с характерным пиком в спектре излучения. Для исследуемых тонких вихревых колец ( $\mu = R/a \approx 0,12$ ) наиболее вероятными звукообразующими пульсациями являются кельвиновские моды. Кельвиновские (быстрые) моды представляют собой такие колебания ядра [14], при которых каждое сечение одинаково деформировано, и эти деформации вращаются с частотой

$$\omega_m = \frac{\Omega_0}{2},$$

где  $m$  – номер моды;  $\Omega_0$  – начальная завихренность. Возможные формы колебаний вихревого кольца представлены на рис. 1.

В работе [15] показано смещение несущей частоты в спектре излучения в низкочастотную область. Это объясняется изменением средних параметров вихревого кольца.

Однако представление о шуме вихревого кольца как о смеси медленно меняющегося по частоте гармонического сигнала, создаваемого возбужденным первоначально колебанием ядра, и случайного шума, генерируемого в атмосфере и следе кольца, является упрощением. Эти два источника не являются независимыми, и теоретическая модель процесса должна учитывать возможность их взаимного влияния.

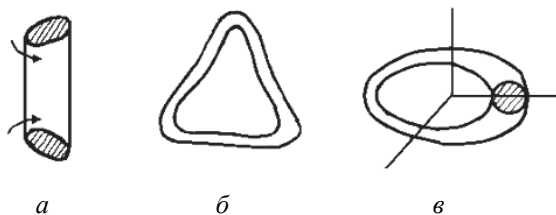


Рис. 1. Формы колебаний вихревого кольца: *a* – кельвиновская мода; *б* – изгибная мода; *в* – бочкообразная мода

Вместе с тем описание излучения звука турбулентными течениями является одной из сложнейших задач современной физики. На настоящий момент нет полной картины механизмов генерации шума турбулентным вихрем ни для какого физически реализуемого течения. Таким образом, численное исследование турбулентных аэроакустических процессов в ядре и атмосфере вихря в трехмерной динамической постановке является актуальной задачей.

Для решения задачи нахождения аэроакустических характеристик вихря используют интегральные методы, например метод Фокса Вильямса – Хокинга. Данный метод позволяет описывать излучение звука в дальнем поле по колебаниям газодинамических параметров на контрольных поверхностях [16]. При этом задача точного расчета турбулентных нестационарных параметров, даже для такого простого объекта, как вихревое кольцо, является достаточно сложной и требует значительных вычислительных ресурсов.

В данной работе реализуется первый этап исследования, а именно рассматривается возможность численного моделирования газодинамических процессов, протекающих при формировании и динамике вихревого кольца методом крупных вихрей. Сложность данной задачи заключается в том, что требуется рассматривать процессы в трехмерной постановке с учетом вязкости и сжимаемости среды, при этом в модели необходимо использовать малый размер элементов пространственной конечно-элементной сетки и малый шаг по времени.

Целью данной работы является разработка методики численного эксперимента определения газодинамических характеристик турбулентных вихревых колец с высокой начальной скоростью.

На основе результатов вышеперечисленных работ для проведения настоящих исследований были сформулированы следующие задачи:

- выбор физической и математической модели формирования вихревого кольца;
- разработка численных моделей для оценки газодинамических характеристик вихревого кольца;
- проведение расчетов по формированию вихревого кольца в трехмерной постановке с учетом сжимаемости среды;
- проведение верификации разработанных численных моделей;
- проведение оценки влияния скорости поршня генератора вихрей на газодинамические характеристики вихревого кольца.

### **Методы проведения исследования**

Численное моделирование интенсивных вихревых течений представляет собой достаточно сложную задачу. Одной из проблем является требование существенных вычислительных ресурсов. В связи с этим необходимо использование мощных программных комплексов. Наибольшее распространение среди расчетных программ сейчас получили зарубежные коммерческие программные комплексы ANSYS CFX, FLUENT и отечественный комплекс FlowVision. Данные программные комплексы позволяют решать широкий круг газодинамических задач.

Расчеты проводились на кластере Центра высокопроизводительных вычислительных систем ПНИПУ с использованием системы инженерного анализа ANSYS CFX. При проведении вычислительных экспериментов было задействовано 128 расчетных ядер, что позволило сократить время расчета до нескольких дней.

В рамках верификации численных моделей проводилось сравнение результатов численного моделирования с результатами экспериментов. Качественное сравнение образования вихря проводилось на основе работ, выполненных в Институте гидродинамики им. Лаврентьева СО РАН [10]. Для сравнения газодинамических и геометрических свойств вихревых колец использовалась модель генератора, разработанного в НИО-9 Центрального аэрогидродинамического института им. проф. Н.Е. Жуковского. Результаты расчета сравнивались с результатами, представленными в работе [15].

### **Описание геометрии**

В данной работе для численного моделирования используется геометрическая модель поршневого генератора вихревых колец, применяемого для аэроакустических измерений [13, 15]. Схема генератора

представлена на рис. 2. Данный генератор представляет собой полый цилиндр, на который навинчиваются сменные сопла. Внутри цилиндра свободно движется поршень с последующей внезапной остановкой, импульсно выталкивающий порцию газа через сопло. Далее происходит отрыв образовавшейся вихревой структуры и ее перемещение в пространстве вдоль оси, совпадающей с осью поршня. Верификация численных экспериментов с натурными осуществлялась на основе геометрии данной модели.

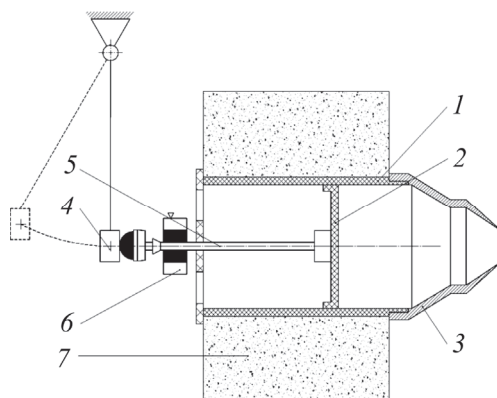


Рис. 2. Схема поршневого генератора вихревых колец с ударным приводом:  
 1 – корпус; 2 – поршень; 3 – сопло; 4 – ударный механизм; 5 – шток;  
 6 – замок-ловушка штока; 7 – контейнер с песком

Данные генераторы позволяют получать достаточно интенсивные вихревые кольца с начальной скоростью более 30 м/с, тонким ядром и при этом обладают сравнительно низким уровнем собственного структурного шума. Кроме этого поршневые генераторы вихревых колец обеспечивают хорошую повторяемость параметров вихря от запуска к запуску.

Геометрическая модель для расчетов создавалась в приложении ANSYS Design Modeler. Данная модель представляет собой внутреннюю область генератора и область за срезом сопла, в которой происходит формирование и движение вихревого кольца, размер данной области является минимально допустимым для верификации численной модели. На рис. 3 представлено сечение геометрической модели. Для снижения времени расчета используется модель сектора с центральным углом  $5^\circ$ . В данном случае использование модели сектора возможно в связи с тем, что образующийся вихрь не пересекается с осью движения вихревого кольца.

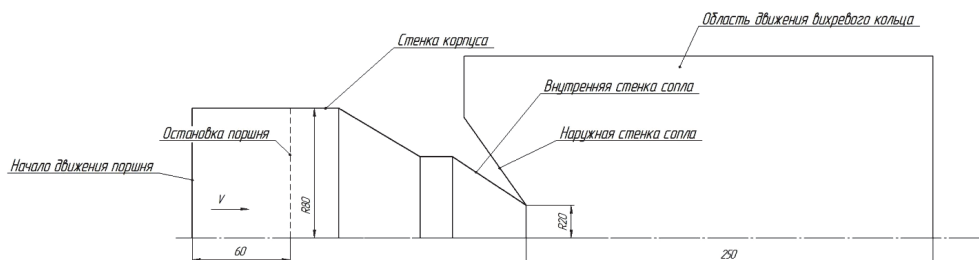


Рис. 3. Геометрия расчетной области (размеры указаны в мм)

### Физическая модель

С учетом особенностей установки сформулирована следующая физическая модель:

- процессы рассматриваются в трехмерной динамической постановке;
- поток рассматривается однофазным, вязким, сжимаемым;
- работа поршня задается через движение стенки конструкции;
- в качестве рабочего вещества принят воздух;
- расчеты проводятся при нормальных начальных условиях.

При этом принимаются следующие допущения:

- стенки канала непроницаемые, нетеплопроводные и гладкие, принимается, что все выступы элементов шероховатости лежат внутри пограничного слоя;
- расчеты проводятся без учета гравитации;
- поршень мгновенно разгоняется до постоянной скорости и мгновенно останавливается.

### Математическая модель

Численное решение задачи проводилось на основе решения нестационарных уравнений Навье – Стокса. Динамика вихревого кольца характеризуется сложными нестационарными турбулентными течениями. Для более точного описания данных течений используется метод крупных вихрей (LES). В качестве модели турбулентности принята LES-модель с подсеточной моделью Смагоринского. Для предотвращения излишней диссипации было использовано малое значение константы Смагоринского.

Уравнения, лежащие в основе LES, выведены из уравнений Навье – Стокса путем представления всех переменных в виде суммы крупно- и мелкомасштабной составляющих и применения к полученным



в результате уравнениям процедуры фильтрации конвективных членов уравнений Навье – Стокса (LES) и их временного осреднения (RANS): в уравнениях LES эти члены имеют индекс SGS (sub-grid) [17].

Для расчета газодинамических характеристик вихревого кольца предложена следующая математическая модель.

Уравнение сохранения массы

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{u}) = 0,$$

где  $\rho$  – плотность газа;  $t$  – время;  $\nabla$  – оператор Гамильтона;  $\vec{u}$  – вектор скорости газа.

Уравнение сохранения импульса

$$\frac{\partial(\rho \vec{u})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{u} \vec{u}) = -\nabla P + \nabla(\tau_m + \tau_{SGS}),$$

где  $P$  – давление;  $\tau_m$  – молекулярная составляющая тензора вязких напряжений;  $\tau_{SGS}$  – тензор напряжений, записываемый в виде

$$\tau_{SGS} = 2\mu_{SGS} \left( S - \frac{1}{3}(\nabla \cdot \vec{u})I \right) + \frac{2}{3}k_{SGS}I,$$

$$k = (C_k \bar{\Delta})^2 |S|^2, \quad \varepsilon = C_\varepsilon k^{1.5} / \bar{\Delta},$$

где  $S$  – тензор скоростей деформаций;  $I$  – единичный тензор деформаций;  $k$  – кинетическая энергия турбулентности;  $C_k, C_\varepsilon$  – константы;  $\bar{\Delta}$  – кубический корень из объема ячейки;  $\varepsilon$  – диссипация турбулентной энергии.

Подсеточная вязкость

$$\mu_{tsgs} = (C_s \bar{\Delta})^2 |\bar{S}|,$$

$$|S| = \sqrt{2S_{ij}S_{ij}}.$$

Уравнение сохранения энергии:

$$\frac{\partial(\rho E)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{u} H) = \nabla \cdot \left[ \vec{u} \cdot (\tau_m + \tau_{SGS}) + (\bar{q}_m + \bar{q}_{SGS}) \right] P,$$

$$\bar{q}_{SGS} = -\lambda_{SGS} \nabla T,$$

где  $H$  – полная энтальпия;  $\vec{q}_m$  – источниковый член для энергии;  $\lambda_{SGS}$  – коэффициент теплопроводности.

$$H = h_{stat} + \frac{u^2}{2},$$

$$h_{stat} = c_p (T - 298,5),$$

где  $h_{stat}$  – статическая энтальпия.

Данная математическая модель замыкается следующими граничными условиями:

– свободный выход:

$$P|_{гр} = P|_{t=0}; \quad \frac{\partial T}{\partial n}|_{гр} = 0;$$

если  $u|_{гр} \leq 0$ , то  $\frac{\partial u}{\partial n}|_{гр} = 0$ ; если  $V|_{гр} > 0$ , то  $u|_{гр} = u_\tau|_{гр}$ ;

– стенка:

$$u_n|_{гр} = 0; \quad \frac{\partial u_\tau}{\partial n}|_{гр} = \frac{u_\tau}{\kappa} \ln \left( E \frac{\rho u_\tau y}{\mu} \right); \quad \frac{\partial T}{\partial n}|_{гр} = 0;$$

– подвижная стенка:

$$u_n|_{гр} = [1 \quad 1,5 \quad 2 \quad 2,5 \quad 3], \text{ м/с};$$

$$\frac{\partial u_\tau}{\partial n}|_{гр} = \frac{u_\tau}{\kappa} \ln \left( E \frac{\rho u_\tau y}{\mu} \right); \quad \frac{\partial T}{\partial n}|_{гр} = 0;$$

– симметрия:

$$u_n|_{гр} = 0; \quad \frac{\partial u_\tau}{\partial n}|_{гр} = 0; \quad \frac{\partial T}{\partial n}|_{гр} = 0$$

$$u|_{гр} = u_\tau|_{гр}.$$

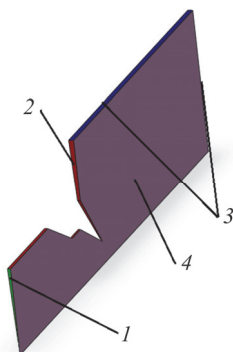


Рис. 4. Схема граничных условий:  
1 – подвижная стенка; 2 – стенка;  
3 – открытая граница;  
4 – симметрия

Схема граничных условий представлена на рис. 4.

### Конечно-элементная модель

Для получения адекватной картины турбулентных вихревых течений требуется разработать конечно-элементную модель высокого качества. Для модели турбулентности LES масштаб длины, который

определяет размер энергосодержащих вихрей, должен быть разрешен определенным количеством точек расчетной сетки (желательно от 40 до 50) [18]. Для достижения высокой точности расчетов рекомендуется использовать равномерные, структурированные сетки, состоящие из гексаэдров.

Размер элемента в пристеночном слое определялся по безразмерному параметру  $y^+$ . Данный параметр рассчитывается по формуле

$$y^+ = \frac{y u_{\tau} \rho}{\mu},$$

где  $y$  – высота первого элемента;  $u_{\tau}$  – скорость сдвига;  $\rho$  – плотность среды;  $\mu$  – коэффициент динамической вязкости.

В нашем случае принят размер первого элемента  $y = 0,1$  мм, что обеспечивает распределение параметра  $y^+$  в пределах 20–50 при различных скоростях поршня, что позволяет достаточно точно описывать течение в пограничном слое при использовании пристеночных функций. Распределение параметра  $y^+$  по стенке сопла при скорости движения поршня  $V = 1,5$  м/с представлено на рис. 5.

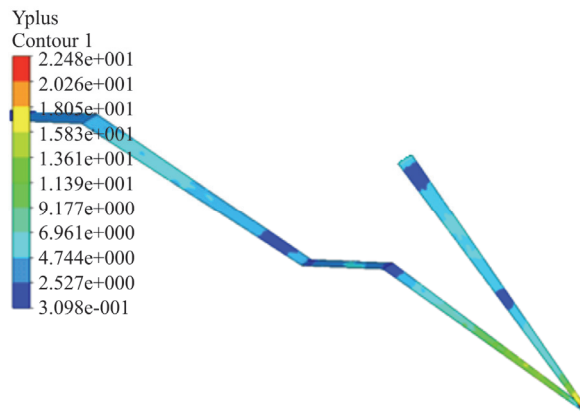


Рис. 5. Распределение параметра  $y^+$  по стенке сопла

Конечно-элементная модель генерировалась в ANSYS Mesh. Для решения поставленной задачи была построена адаптивная конечно-элементная расчетная сетка, форма элемента – гексаэдр.

Определение необходимого размера элемента осуществлялось в два шага. На первом шаге принимался средний размер элемента 0,5 мм, на стенке сопла проводилось сгущение сетки до размера 0,1 мм. На рис. 6 представлено измельчение сетки в области среза сопла. По-

лученная конечно-элементная модель состояла из 2 млн элементов. На втором шаге проведена коррекция размера ячейки до среднего размера элемента 0,1 мм исходя из условия 40–50 ячеек на вихрь. Полученная на втором шаге конечно-элементная модель содержит 15 млн элементов.

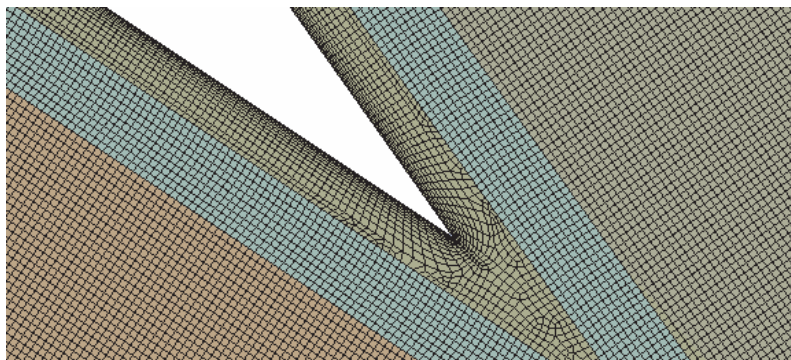


Рис. 6. Стужение конечно-элементной сетки на стенках сопла

### Анализ результатов

По результатам вычислительных экспериментов было проведено качественное сравнение формирования вихревого кольца с экспериментами, проведенными в Институте гидродинамики им. Лаврентьева СО РАН [10]. На рис. 7 представлено сравнение картины течения (слева экспериментальные результаты, справа результаты численного моделирования). Как видим, результаты численного моделирования хорошо соотносятся с экспериментом.

Движение кольца разделяется на 2 этапа. На первом этапе при входе в вихрь струя сжимается, а ее граница, представляющая собой оторвавшийся от кромки сопла пограничный слой, сворачивается внутри вихря в спиральную поверхность, которая впоследствии трансформируется в ядро вихря. На втором этапе происходит отрыв от кромки сопла образовавшейся вихревой структуры с постепенным увеличением ее диаметра, при этом происходит увеличение поступательной скорости вихревого кольца, а значение радиуса практически не изменяется.

Для верификации разработанной численной модели проведено сравнение полученных результатов с автомодельным законом динамики вихревого кольца [7]. Данный закон имеет хорошее совпадение с экспериментом. Формулы (3) представляют собой закон движения вихревого кольца.

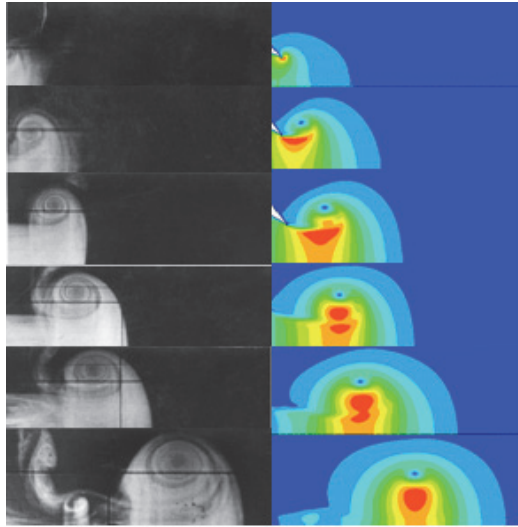


Рис. 7. Сравнение картины течения

Также проводилось сравнение вычислительного и натурального эксперимента, а именно сравнивалась начальная скорость движения вихревых колец. Для определения начальной скорости использовались две контрольные точки на расстоянии 100 и 153 мм от среза сопла. Точки выбирались в соответствии с экспериментами [15]. Скорость оценивалась исходя из выражения

$$u_0 = \frac{\Delta x}{\Delta t},$$

где  $\Delta x$  – расстояние между контрольными точками,  $\Delta x = 53$  мм;  $\Delta t$  – разность времени прихода вихревого кольца на вторую и первую контрольную точки соответственно,  $\Delta t = t_2 - t_1$ . Начальный радиус вихревого кольца оценивался по первой контрольной точке. Погрешность численного эксперимента по сравнению с натурным составила 3 %.

На рис. 8 представлены графики зависимости расстояния, пройденного вихревым кольцом, и радиуса от времени при скорости поршня 1,5 м/с. Как видно, получено хорошее совпадение с автотельной теорией динамики вихревого кольца. Погрешность не превышает 3 %.

Также проведены исследования влияния скорости поршня на свойства вихревого кольца. Оценивались начальный радиус, начальная скорость и коэффициент скорости расширения вихревого кольца. Результаты представлены в таблице.

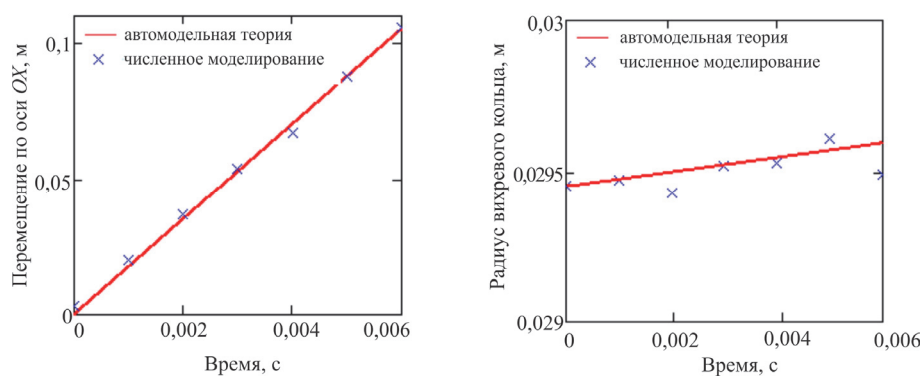


Рис. 8. Сравнение результатов численного моделирования и автомодельной теории

### Влияние скорости поршня на свойства вихревого кольца

Скорость поршня $V$ , м/с	Начальный радиус $R_0$ , м	Начальная скорость $u_0$ , м/с	Коэффициент скорости расширения $\alpha$
1,5	0,0295	17,6	0,0014
2	0,0312	23	0,005
3	0,0325	36,4	0,016

### Заключение

В заключение отметим наиболее важные результаты исследований:

Разработана численная модель, описывающая формирование и развитие вихревого кольца. Проведенная верификация численной модели показала, что результаты расчетов дают хорошее совпадение качественной картины формирования и динамики вихревого кольца с экспериментом. Результаты численного моделирования соотносятся с автомодельным законом динамики вихревого кольца. Характеристики вихревого кольца также соответствуют экспериментальным результатам.

Таким образом, проведенные работы легли в основу создания методики численного эксперимента по исследованию газодинамических характеристик турбулентного вихревого кольца, что дало возможность перейти к исследованиям механизмов формирования источников звука турбулентными течениями.

*Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Правительства РФ по п. 220.*

### Библиографический список

1. Sir Thomson W. (Lord Kelvin). The translatory velocity of circular vortex ring // *Phil. Mag.* (4). – 1867. – Vol. 33. – P. 511–512.
2. Гельмгольц Г. Основы вихревой теории. – М.; Ижевск: Изд-во Ин-та компьютер. исслед-й, 2002.
3. Hicks W.M. Researches on the theory of vortex rings. Part II // *Phil. Trans. Roy. Soc. London.* – 1885. – Vol. 176. – P. 725–780.
4. Saffman P.G. The velocity of viscous vortex rings // *Stud. Appl. Math.* – 1970. – Vol. 49. – P. 371–380.
5. Луговцов Б.А. О движении турбулентного вихревого кольца и переносе им пассивной примеси // *Некоторые проблемы математики и механики.* – Л.: Наука, 1970. – С. 182–197.
6. Maxworthy T. Some experimental studies of vortex rings // *Journal of Fluid Mechanics.* – 1977. – Vol. 81. – P. 465–495.
7. Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. Проблемы гидродинамики и их математические модели. – М.: Наука, 1977. – 416 с.
8. Ахметов Д.Г., Кисаров О.П. Гидродинамическая структура кольцевого вихря // *Прикладная механика и техническая физика.* – 1966. – № 4. – С. 120–123.
9. Sulivian J.P., Widnall S.E., Ezekiel S. Study of vortex rings using a laser doppler velocimeter // *AIAA Journal.* – 1973. – Vol. 11. – P. 1384–1389.
10. Ахметов Д.Г. Формирование и основные параметры вихревых колец // *Прикладная механика и техническая физика.* – 2001. – Т. 42, № 5. – С. 70–83.
11. Weigand A., Garib M. On the evolution of laminar vortex rings // *Exp. Fluids.* – 1997. – Vol. 22. – P. 447–457.
12. Излучение звука турбулентным вихревым кольцом / М.Ю. Зайцев, В.Ф. Копьев, А.Г. Мунин, А.А. Потокин // *Доклады академии наук СССР.* – 1990 – Т. 312, № 5. – С. 1080–1083.
13. Зайцев М.Ю., Копьев В.Ф. О механизме излучения звука турбулентным вихревым кольцом // *Акустический журнал.* – 1993. – Т. 39, вып. 6. – С. 1068–1075.
14. Копьев В.Ф., Леонтьев Е.А. Излучение и рассеяние звука вихревым кольцом // *Известия АН СССР. Механика жидкости и газа.* – 1987. – № 3. – С. 83–95.

15. Зайцев М.Ю., Копьев В.Ф. О смещении пика в спектре излучения вихревого кольца // Ученые записки ЦАГИ. – 1998. – Т. XXIX, № 3–4. – С. 83–91.

16. Секундов А.Н., Чепрасов С.А., Якубовский К.Я. Анализ возможностей методов расчета шума турбулентных струй // Известия РАН. Механика жидкости и газа. – 2012. – № 5. – С. 126–136.

17. Волков К.Н., Емельянов В.Н. Моделирование крупных вихрей в расчетах турбулентных течений. – М.: Физматлит, 2008. – 368 с.

18. Пашков О. Практические рекомендации по использованию метода крупных вихрей (LES) в ANSYS Fluent [Электронный ресурс] // ANSYS Advantage. Рус. ред. – 2013. – № 19. – URL: [http://www.ansysolutions.ru/index\\_print.php?id=26#mc1](http://www.ansysolutions.ru/index_print.php?id=26#mc1) (дата обращения: 01.09.2014).

### References

1. Sir Thomson W. (Lord Kelvin). The translatory velocity of circular vortex ring. *Phil. Mag.* (4), 1867, vol. 33, pp. 511-512.

2. Helmholtz H. On integrals of the hydrodynamical equations which express vortex-motion. *Phil. Mag.* (4), 1858, vol. 33, pp. 485-512.

3. Hicks W.M. Researches on the theory of vortex rings. Part II. *Phil. Trans. Roy. Soc. London*, 1885, vol. 176, pp. 725-780.

4. Saffman P.G. The velocity of viscous vortex rings. *Stud. Appl. Math.*, 1970, vol. 49, pp. 371-380.

5. Lugovtsov B.A. О dvizhenii turbulentsnogo vikhrevogo koltsa i perenose im passivnoy primesi. [On the motion of turbulent vortex ring and transfer by them a passive impurity]. *Nekotorye problemy matematiki i mekhaniki*. Leningrad: Nauka, 1970, pp. 182-197.

6. Maxworthy T. Some experimental studies of vortex rings. *Journal of Fluid Mechanics*, 1977, vol. 81, pp. 465-495.

7. Lavrentev M.A., Shabat B.V. Problemy gidrodinamiki i ikh matematicheskie modeli [The problems of hydrodynamics and their mathematical models]. Moscow: Nauka, 1977. 416 p.

8. Akhmetov D.G., Kisarov O.P. Gidrodinamicheskaya struktura koltsevego vikhrya [Hydrodynamic structure of the ring vortex]. *Prikladnaya mekhanika i tekhnicheskaya fizika*, 1966, no. 4, pp. 120-123.

9. Sulivian J.P., Widnall S.E., Ezekiel S. Study of vortex rings using a laser doppler velocimeter. *AIAA Journal*, 1973, vol. 11, pp. 1384-1389.



10. Akhmetov D.G. Formirovanie i osnovnye parametry vikhrevykh kolets [Formation and the main parameters of the vortex rings]. *Prikladnaya mekhanika i tekhnicheskaya fizika*, 2001, vol. 42, no. 5, pp. 70-83.

11. Weigand A., Garib M. On the evolution of laminar vortex rings. *Exp. Fluids*, 1997, vol. 22, pp. 447-457.

12. Zaytsev M.Yu., Kopiev V.F., Munin A.G., Potokin A.A. Izluchenie zvuka turbulentnym vikhrevym koltsom [Sound radiation by a turbulent vortex ring]. *Doklady akademii nauk SSSR*, 1990, vol. 312, no. 5, pp. 1080-1083.

13. Zaytsev M.Yu., Kopiev V.F. O mekhanizme izlucheniya zvuka turbulentnym vikhrevym koltsom [On the mechanism of sound radiation by a turbulent vortex ring]. *Akusticheskiy zhurnal*, 1993, vol. 39, no. 6, pp. 1068-1075.

14. Kopiev V.F., Leontev E.A. Izluchenie i rasseyaniye zvuka vikhrevym koltsom [Radiation and scattering of sound vortex ring]. *Izvestiya Akademii nauk SSSR. Mekhanika zhidkosti i gaza*, 1987, no. 3, pp. 83-95.

15. Zaytsev M.Yu., Kopiev V.F. O smeshchenii pika v spektre izlucheniya vikhrevogo koltsa [On bias peak in the emission spectrum of a vortex ring]. *Uchenye zapiski Tsentral'nogo aerogidrodinamicheskogo instituta*, 1998, vol. XXIX, no. 3-4, pp. 83-91.

16. Sekundov A.N., Cheprasov S.A., Yakubovskiy K.Ya. Analiz vozmozhnostey metodov rascheta shuma turbulentnykh struy [Analysis of ability of calculation methods for turbulent jet noise]. *Izvestiya Rossiyskoy Akademii nauk. Mekhanika zhidkosti i gaza*, 2012, no. 5, pp. 126-136.

17. Volkov K.N., Emelyanov V.N. Modelirovanie krupnykh vikhrey v raschetakh turbulentnykh techeniy [Large-eddy simulation of turbulent flows in the calculations]. Moscow: Fizmatlit, 2008. 368 p.

18. Pashkov O. Prakticheskie rekomendatsii po ispolzovaniyu metoda krupnykh vikhrey (LES) v ANSYS Fluent [Practical recommendations for the use of the method of large eddy simulation (LES) in ANSYS Fluent], available at: [http://www.ansysolutions.ru/index\\_print.php?id=26#mc1](http://www.ansysolutions.ru/index_print.php?id=26#mc1) (accessed 1 September 2014).

### Об авторах

**Храмцов Игорь Валерьевич** (Пермь, Россия) – младший научный сотрудник лаборатории механизмов генерации шума и модального анализа, аспирант кафедры «Ракетно-космическая техника и энергетические системы» ФГБОУ ВПО ПНИПУ (614990, г. Пермь, Комсомольский пр., 29, e-mail: igorhrs92@mail.ru).

**Писарев Павел Викторович** (Пермь, Россия) – кандидат технических наук, доцент кафедры «Механика композиционных материалов и конструкций» ФГБОУ ВПО ПНИПУ (614990, г. Пермь, Комсомольский пр., 29, e-mail: pisarev85@live.ru).

**Пальчиковский Вадим Вадимович** (Пермь, Россия) – старший преподаватель кафедры «Ракетно-космическая техника и энергетические системы» ФГБОУ ВПО ПНИПУ (614990, г. Пермь, Комсомольский пр., 29, e-mail: vvpal@perm.ru).

**Бульбович Роман Васильевич** (Пермь, Россия) – доктор технических наук, профессор кафедры «Ракетно-космическая техника и энергетические системы» ФГБОУ ВПО ПНИПУ (614990, г. Пермь, Комсомольский пр., 29, e-mail: dekan\_akf@pstu.ru).

#### **About the authors**

**Igor V. Khramtsov** (Perm, Russian Federation) – Junior Research Fellow of the Laboratory of Noise Generation Mechanisms and Modal Analysis, Doctoral Student of Department of Rocket and Space Engineering and Power Generating Systems, Perm National Research Polytechnic University (29, Komsomolsky av., Perm, 614990, Russian Federation, e-mail: igorhrs92@mail.ru).

**Pavel V. Pisarev** (Perm, Russian Federation) – Ph. D. in Technical Sciences, Associate Professor, Department of Mechanics of Composite Materials and Constructions, Perm National Research Polytechnic University (29, Komsomolsky av., Perm, 614990, Russian Federation, e-mail: pisarev85@live.ru).

**Vadim V. Palchikovskiy** (Perm, Russian Federation) – Assistant Professor, Department of Rocket and Space Engineering and Power Generating Systems, Perm National Research Polytechnic University (29, Komsomolsky av., Perm, 614990, Russian Federation, e-mail: vvpal@perm.ru).

**Roman V. Bulbovich** (Perm, Russian Federation) – Doctor of Technical Sciences, Professor, Department of Rocket and Space Engineering and Power Generating Systems, Perm National Research Polytechnic University (29, Komsomolsky av., Perm, 614990, Russian Federation, e-mail: dekan\_akf@pstu.ru).

Получено 1.10.2014