

МОДЕЛИРОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ НЕОБСАЖЕННОЙ СКВАЖИНЫ

С.Г. Ашихмин, А.Э. Кухтинский

Пермский национальный исследовательский
политехнический университет, Пермь, Россия

Решена задача исследования напряженно-деформированного состояния скважины. Для расчета НДС использована программа трехмерного конечно-разностного инженерного анализа FLAC^{3D}. Рассмотрен равномерно насыщенный в начальный момент времени сектор пласта, в центре которого расположена скважина. Решение производится в два шага. Первый шаг представляет собой нагружение геостатической нагрузкой. В качестве второго шага рассмотрено изменение пластового давления за счет задания дебита на радиусе скважины. Задача решена как полностью связанная, это выражается в одновременном учете соотношений механики и гидродинамики. В процессе решения с течением времени при изменении пластового давления происходит изменение эффективных напряжений. В качестве физических соотношений взят закон Гука, т.е. при решении рассмотрена упругая модель поведения материала. Фильтрация флюида происходит в соответствии с законом Дарси.

В работе представлена математическая постановка задачи, содержащая соотношения теории упругости, закон фильтрации и краевые условия. Для обработки результатов написана программа на языке FISH – внутреннем языке программы FLAC^{3D}. Получена зависимость безразмерного пластового давления от безразмерного радиуса, а также зависимость безразмерных напряжений от безразмерного радиуса для определенного момента времени.

Ключевые слова: добывающая скважина, моделирование НДС, FLAC^{3D}, связанная задача, пластовое давление, метод конечных разностей, безразмерные величины, упругая модель, дебит, закон Дарси, уравнения движения, геостатическое давление, проницаемость, фильтрация, модуль Био.

SIMULATION OF STRESS-DEFORMED STATE OF OPEN WELL

S.G. Ashikhmin, A.E. Kukhtinskii

Perm National Research Polytechnic University, Perm, Russian Federation

A problem of the stress-deformed state (SDS) of the well is solved. To calculate SDS a 3D application of finite-difference engineering analysis FLAC^{3D} is used. A part of reservoir evenly saturated at the initial stage is considered, at the center of which a well is located. The solution has two steps. Step one relates to geostatic load; step two concerns reservoir pressure change due to flow rate specification on the well radius.

The problem is approached as connected, which means simultaneous addressing correlations of mechanics and hydrodynamics. Reservoir pressure changes over time and so does actual stress. The Hooke's law is chosen as the foundation for physical relations, i.e. elastic model of material behaviour is used. Fluid filtration follows the Darcy's law.

The paper suggests a mathematic setting of the problem embracing correlations of the elasticity theory, filtration law and boundary conditions. To process the results an application was written in FISH, the internal language of FLAC^{3D}.

Dependences are obtained of dimensionless reservoir pressure on dimensionless radius, as well as dimensionless stresses on dimensionless radius for a given period of time.

Keywords: exploitation well, simulation of stress-deformed state, FLAC^{3D}, connected problem, reservoir pressure, finite-difference method, dimensionless value, elastic model, well flow rate, Darcy's law, equations of movement, geostatic pressure, permeability, filtration, Bio modulus.

Задача определения напряженно-деформированного состояния скважины является актуальной. Решение подобных задач необходимо при разработке нефтяных месторождений. Важным является решение именно полностью связанной задачи, где учитывается и процесс фильтрации, и изменение напряженно-деформированного состояния [1–10]. Напряженное состояние может сильно меняться в процессе изменения пластового давления [11]. В настоящее время решение подобных задач производится с использованием численных методов, таких как метод конечных разностей, метод конечных элементов, метод граничных элементов и др. [12]. В работе [13] анализ фильтрационного течения в пласте сведен к решению задачи Коши для нелинейного дифференциального уравнения в частных производных. Однако полученные аналитические результаты применимы лишь для узкого круга задач, поэтому численные методы решения связанных задач являются актуальными [1, 14].

Конечно-разностная реализация FLAC^{3D} имеет следующие преимущества над методом конечных элементов [15, 16]:

1. Используется схема «смешанной дискретизации» для более точного моделирования пластичности.

2. Применяются полные уравнения динамики.

3. Используется явная схема решения. Такая схема в отличие от неявных схем может следовать за нелинейными законами за такое же компьютерное время, как и за линейными.

4. FLAC^{3D} может использовать любую механическую модель без изменения алгоритма решения.

Рассмотрен пласт мощностью h , нагруженный геостатическим давлением. В его центре расположена скважина с радиусом R . В начальный момент времени среда насыщена одной жидкостью, имеет равномерное пластовое давление p_R , скважина начинает работу с постоян-

ным дебитом Q . Процесс добычи рассматривается как изотермический.

Целью работы является численное определение напряженно-деформированного состояния необсаженной скважины. Для достижения поставленной цели необходимо получить зависимость от безразмерного радиуса следующих безразмерных величин: пластового давления, радиальных и окружных напряжений.

Решение произведено с использованием конечно-разностной программы инженерного анализа FLAC^{3D}.

Задача является осесимметричной, но из-за отсутствия возможности решать в данной программе плоские задачи рассмотрен сектор в трехмерной постановке. Использована упругая модель поведения материала, задача является связанной (механика и гидродинамика).

Конечно-разностная модель представлена на рис. 1. По координате z взят один элемент, так как интересующие параметры не изменяются в этом направлении.

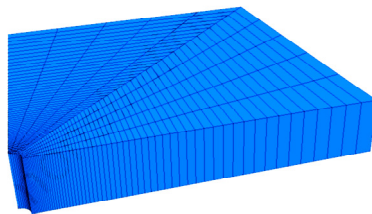


Рис. 1. Конечно-разностная модель

На радиусе скважины задан постоянный дебит. На верхнюю грань модели приложено давление, на боковых и нижней гранях заданы симметричные граничные условия.

Задача решена в два шага. Первый шаг – нагружение геостатическим давлением. Вторым шагом решения является моделирование изменения пластового давления. Падение пластового давления происходит за счет задания дебита на радиусе скважины. При изменении пластового давления происходит изменение эффективных напряжений.

Математическая постановка задачи выглядит следующим образом [16]:

Закон Дарси

$$\mathbf{q}_i = -\mathbf{k}_{il} \hat{k}(s) (p - \rho_f x_j \mathbf{g}_i)_j,$$

где \mathbf{q}_i – вектор скорости фильтрации; \mathbf{k}_{il} – тензор коэффициентов фильтрации; $\hat{k}(s)$ – относительный коэффициент фильтрации, который является функцией насыщенности флюида s ; p – пластовое давление; ρ – плотность флюида; \mathbf{g}_i – вектор гравитации, $i = 1, 3$ – компоненты вектора гравитации.

Уравнение баланса. Для малых деформаций уравнение баланса флюида выглядит следующим образом:

$$-q_{i,i} + q_v = \frac{\partial \zeta}{\partial t},$$

где q_v – интенсивность источника флюида, с^{-1} ; ζ – изменение объема флюида к объему пористого материала из-за диффузионного переноса флюида.

Уравнение движения

$$\sigma_{ij,j} + \rho \mathbf{g}_i = \rho \frac{dv_i}{dt},$$

где ρ – объемная плотность, $\rho = \rho_d + ns\rho_w$, а ρ_d и ρ_w – плотности породы и флюида соответственно; n – пористость; s – насыщенность; v_i – скорость.

Изменение объема жидкости к объему пористого материала из-за диффузионного переноса флюида относится к изменению пластового давления p , насыщенности s , объемных механических деформаций и температуры T . Уравнение выглядит следующим образом:

$$\frac{1}{M} \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{n}{s} \frac{\partial s}{\partial t} = \frac{1}{s} \frac{\partial \zeta}{\partial t} - \alpha \frac{\partial \epsilon}{\partial t} + \beta \frac{\partial T}{\partial t},$$

где M – модуль Био, Н/м^2 ; n – пористость; α – коэффициент Био; β – коэффициент теплового расширения, $^{\circ}\text{C}^{-1}$, который учитывает температурное расширение породы и флюида.

Связь напряжений и давления для пористой породы:

$$\overset{\vee}{\sigma}_{ij} + \alpha \frac{\partial p}{\partial t} \delta_{ij} = H (\sigma_{ij}, \overset{\vee}{\xi}_{ij} - \overset{\vee}{\xi}_{ij}^T, \kappa),$$

где величина слева является эффективными напряжениями Био, $\overset{\vee}{\sigma}_{ij}$ – коротационная производная напряжений; δ_{ij} – символ Кронекера; H – функция, описывающая определяющие соотношения; $\overset{\vee}{\xi}_{ij}$ – скорость деформаций; κ – параметр истории.

Физические соотношения

$$\begin{aligned} \sigma_{ij} - \sigma_{ij}^0 + \alpha (p - p^0) \delta_{ij} = \\ = 2G (\epsilon_{ij} - \epsilon_{ij}^Y) + (K - \frac{2}{3} G) (\epsilon_{kk} - \epsilon_{kk}^Y), \end{aligned}$$

где индекс 0 обозначает начальное состояние; ϵ_{ij} – деформации; K, G – константы материала.

Геометрические соотношения

$$\overset{\vee}{\xi}_{ij} = \frac{1}{2} (v_{i,j} + v_{j,i}),$$

где $v_{i,j}$ – градиент скорости.

Формулы преобразования величин в безразмерный вид выглядят следующим образом [17]:

$$\rho_D = \frac{\rho}{R}, \quad t_{1D} = \frac{kt}{\phi \mu C_i R^2},$$

$$p_D = \frac{2\pi kh}{Q\mu} (p_R - p(\rho, t)), \quad \sigma_D = \frac{\pi kh \sigma}{Q\mu G \alpha_p},$$

где ρ_D – безразмерный радиус; ρ – радиальная координата; R – радиус скважины; t_{1D} – безразмерное время; k – проницаемость; t – время; ϕ – пористость; μ – динамическая вязкость; C_i – коэффициент сжимаемости среды; p_D – безразмерное пластовое давление; h – мощность пласта; Q – дебит скважины; p_R – начальное пластовое давление; $p(\rho, t)$ – пластовое давление в точке ρ во время t ; σ_D – безразмерное напряжение; σ – напряжение;

G – модуль сдвига; $\alpha_p = \frac{3\alpha}{3K_B + 4G}$, α – коэффициент Био, K_B – объемный модуль сжатия породы.

Краевые условия:

- 1) $u_x|_{x=0,a} = 0, u_y|_{y=0,a} = 0, u_z|_{z=0} = 0;$
- 2) $\sigma_{zz}|_{z=h} = -42 \cdot 10^6 \text{ Па};$
- 3) $p|_{t=0} = p_R;$
- 4) $q_i|_{r=R} = Q.$

Полученные результаты обработаны и переведены в текстовый формат с использованием программы, написанной на языке FISH, который является внутренним языком в программе FLAC^{3D}.

На рис. 2, 3 представлены результаты для безразмерного времени $t_{1D} = 15$. Для построения графика на рис. 3 взята разница напряжений после шага нагружения геостатическим давлением и напряжений для заданного безразмерного времени.

По полученным зависимостям видно, что изменение пластового давления соответствует экспоненциальному закону распределения. Кривая изменения радиальных напряжений выходит из нуля в минус и после достижения минимума стремится к нулю. Кривая изменения окружных напряжений начинается ниже нуля, меняет знак, достигает максимума и также стремится к нулю.

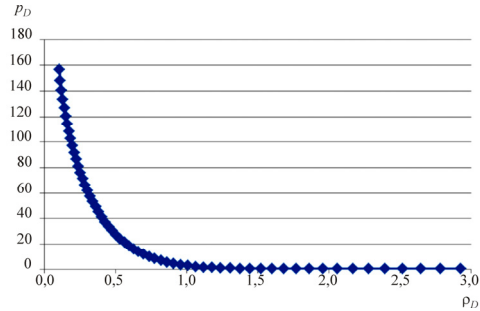


Рис. 2. Зависимость изменения безразмерного пластового давления от безразмерного радиуса для безразмерного времени $t_{1D} = 15$

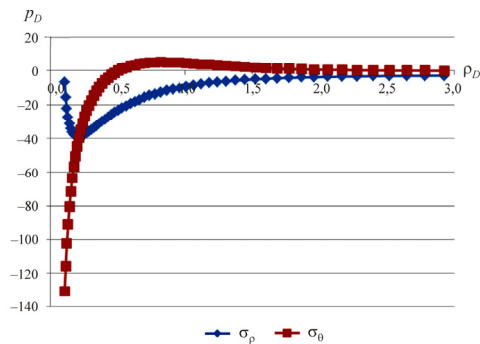


Рис. 3. Зависимость изменения безразмерных напряжений от безразмерного радиуса для безразмерного времени $t_{1D} = 15$

В результате работы произведено моделирование напряженно-деформированного состояния скважины, получены зависимости изменения безразмерного пластового давления и безразмерных напряжений от безразмерного радиуса.

Список литературы

1. Костерин А.В., Скворцов Э.В. Напряженно-деформированное состояние горных пород и фильтрация в неоднородных пластах // Вычислительные технологии. – 1999. – Т. 4, № 2. – С. 42–50.
2. Кашников Ю.А., Гладышев С.В. Допустимые и предельные деформации конструкции скважины на нефть, строящейся на территории ВКМКС // Маркшейдерский вестник. – 2002. – № 1. – С. 11–17.
3. Ентов В.М., Малахова Т.А., Марморштейн Л.М. Влияние изменения давления в пласте на гидродинамические характеристики соседних с ним пластов // Известия вузов. Нефть и газ. – 1977. – № 4. – С. 63–65.
4. Николаевский В.Н., Рамазанов Т.К. Напряженно-деформированное состояние горного массива при нелокально-упругом режиме фильтрации в пласте // Известия АН СССР. Механика твердого тела. – 1977. – № 3. – С. 138–141.
5. Зазовский А.Ф. О напряженном состоянии насыщенного жидкостью пласта в окрестности эксплуатационной скважины // Изв. АН СССР. Механика твердого тела. – 1980. – № 3. – С. 111–119.

6. Николаевский В.Н., Рамазанов Т.К. Напряженно-деформированное состояние пласта с учетом фильтрации жидкости // Сиб. отд-е АН СССР. Физико-технические проблемы разработки полезных ископаемых. – 1982. – № 5. – С. 37–49.
7. Кашников Ю.А., Ашихмин С.Г. Механика горных пород при разработке месторождений углеводородного сырья. – М.: Недра-Бизнесцентр, 2007. – 467 с.
8. Lewis R.W., Schrefler D.A., Simoni L. Couping versus uncoupling in soilconsolidation // Int. journal for numerical and analytical methods in geomechanics. – 1991. – Vol. 15. – С. 533–548.
9. Ai Chi, Li Yuwei, Liu Yu. The Effects of Pore Pressure and Temperature Difference Variation on Borehole Stability // Advances in Petroleum Exploration and Development. – 2013. – Vol. 6, № 1. – С. 22–26.
10. Outmans H.D. Mechanics of Static and Dynamic Filtration In the Borehole // Society of Petroleum Engineers Journal. – 1963. – Vol. 3. – С. 236–244.
11. Reservoir Compaction, surface subsidence, and casing damage: a geomechanics approach to mitigation and reservoir management / Frederick J.T., Deitrick G.L., Arguello J.G., DeRouffignac E.P. / SPE/ISRM Rock Mechanics in Petroleum Engineering, 8–10 July. – Trondheim, Norway, 1998. – № 47284.
12. Зацепин М.А. Математическое моделирование прогноза напряженно-деформированного состояния пологозалегающего массива горных пород // Вестник Санкт-Петербургского университета. Прикладная математика. Информатика. Процессы управления. – 2009. – № 1. – С. 68–73.
13. Дияшев Р.Н., Конохов В.М., Скворцов Э.В. Нестационарная фильтрация под действием скважины в деформируемом пласте, взаимодействующем с горными породами // Известия РАН. Механика жидкости и газа. – 1996. – № 1. – С. 85–90.
14. Папуша А.Н., Гонгарев Д.П. К вопросу расчета напряженно-деформированного состояния горного массива в окрестности сверхглубокой вертикальной скважины // Горный информационно-аналитический бюллетень. – 2010. – № 5. – С. 81–93.
15. Billuax D., Rachez X. FLAC and Numerical Modeling in Geomechanics // Second Intern. FLAC symposium. 29–31 October 2001. – Lyon, 2001. – С. 223–231.
16. FLAC3D. Fast Lagrangian Analysis of Continua in 3 Dimensions User's Guide. – Minneapolis: Itasca Consulting Group Inc., 2002.
17. Charlez Ph.A. Rock Mechanics: Petroleum Applications. – Paris: Editions Technip, 1997. – Vol. 2. – 661 p.

References

1. Kosterin A.V., Skvortsov E.V. Napriazhenno-deformirovannoe sostoianie gornyx porod i fil'tratsiia v neodnorodnykh plastakh [Stress-strain state of rocks and filtration in nonuniform reservoirs]. *Vychislitel'nye tekhnologii*, 1999, vol. 4, no. 2, pp. 42–50.
2. Kashnikov Iu.A., Gladyshev S.V. Dopustimye i predel'nye deformatsii konstruksii skvazhiny na neft', stroiashcheisia na territorii VKMKS [Acceptable and ultimate strain of oil well built on the territory of Verkhnekamskoe deposit of potassium and magnesium salts]. *Marksheiderskii vestnik*, 2002, no. 1, pp. 11–17.
3. Entov V.M., Malakhova T.A., Marmorshtein L.M. Vliianie izmeneniia davleniia v plaste na gidrodinamicheskie kharakteristiki sosednikh s nim plastov [Influence of reservoir pressure change on hydrodynamic parameters of adjacent reservoirs]. *Izvestiia vysshikh uchebnykh zavedenii. Neft' i gaz*, 1977, no. 4, pp. 63–65.
4. Nikolaevskii V.N., Ramazanov T.K. Napriazhenno-deformirovannoe sostoianie gornogo massiva pri nelokal'no-uprugom rezhime fil'tratsii v plaste [Stress-strain state of rock massif under nonlocal elastic filtration regime within formation]. *Izvestiia Akademii nauk SSSR. Mekhanika tverdogo tela*, 1977, no. 3, pp. 138–141.
5. Zazovskii A.F. O napriazhenom sostoianii nasyshchennogo zhidkost'iu plasta v okrestnosti ekspluatatsionnoi skvazhiny [On stress condition of liquid-filled formation near producing well]. *Izvestiia Akademii nauk SSSR. Mekhanika tverdogo tela*, 1980, no. 3, pp. 111–119.
6. Nikolaevskii V.N., Ramazanov T.K. Napriazhenno-deformirovannoe sostoianie plasta s uchedom fil'tratsii zhidkosti [Stress-strain condition of formation with regard to fluid filtration]. *Izvestiia Sibirskogo otdeleniia Akademii nauk SSSR. Fiziko-tekhnicheskie problemy razrabotki poleznykh iskopaemykh*, 1982, no. 5, pp. 37–49.
7. Kashnikov Iu.A., Ashikhmin S.G. Mekhanika gornyx porod pri razrabotke mestorozhdenii uglevodородного syr'ia [Rock mechanics in developing hydrocarbon deposits]. Moscow: Nedra-Biznes-sentr, 2007. 467 p.

8. Lewis R.W., Schrefler D.A., Simoni L. Couping versus uncoupling in soilconsolidation. *Int. journal for numerical and analytical methods in geomechanics*, 1991, no. 15, pp. 533–548.
9. Ai Chi, Li Yuwei, Liu Yu. The Effects of Pore Pressure and Temperature Difference Variation on Borehole Stability. *Advances in Petroleum Exploration and Development*, 2013, vol. 6, no. 1, pp. 22–26.
10. Outmans H.D. Mechanics of Static and Dynamic Filtration In the Borehole. *Society of Petroleum Engineers Journal*, 1963, vol. 3, pp. 236–244.
11. Fredrick J.T., Deitrick G.L., Arguello J.G., DeRouffignac E.P. Reservoir Compaction, surface subsidence, and casing damage: a geomechanics approach to mitigation and reservoir management. *SPE/ISRM Rock Mechanics in Petroleum Engineering*, 8-10 July, Trondheim, Norway, 1998, no. 47284.
12. Zatsepin M.A. Matematischeskoe modelirovanie prognoza napriazhenno-deformirovannogo sostoiianiia pologozalagaiushchego massiva gornyx porod [Mathematical simulation of forecasting stress-strain state of shallow dipping rock massif]. *Vestnik Sankt-Peterburgskogo Universiteta. Prikladnaia matematika. Informatika. Protsesty upravleniia*, 2009, no. 1, pp. 68–73.
13. Diiashev R.N., Koniukhov V.M., Skvortsov E.V. Nestatsionarnaia fil'tratsiia pod deistviem skvazhiny v deformiruемом plaste, vzaimodeistvuiushchem s gornymi porodami [Nonstationary filtration under the well influence in deformed reservoir interacting with rocks]. *Izvestiia Rossiiskoi akademii nauk. Mekhanika zhidkosti i gaza*, 1996, no. 1, pp. 85–90.
14. Papusha A.N., Gontarev D.P. K voprosu rascheta napriazhenno-deformirovannogo sostoiianiia gornogo massiva v okrestnosti sverkhglubokoi vertikal'noi skvazhiny [On assessment of stress-strain condition of rock massif near super-deep vertical well]. *Gornyi informatsionno-analiticheskii biulleten'*, 2010, no. 5, pp. 81–93.
15. Billuax D., Rachez X. FLAC and Numerical Modeling in Geomechanics. *Second Intern. FLAC symposium*, 29-31 October 2001, Lyon, 2001, pp. 223–231.
16. FLAC3D. Fast Lagrangian Analysis of Continua in 3 Dimensions User's Guide. Minneapolis: Itasca Consulting Group Inc., 2002.
17. Charlez Ph.A. Rock Mechanics: Petroleum Applications. Vol 2. Editions Technip. Paris, 1997. 661 p.

Сведения об авторе

Ашихмин Сергей Геннадьевич (Пермь, Россия) – доктор технических наук, профессор кафедры маркшейдерского дела, геодезии и геоинформационных систем Пермского национального исследовательского политехнического университета (614990, г. Пермь, Комсомольский пр., 29; e-mail: geotech@pstu.ac.ru).

Кухтинский Артем Эдуардович (Пермь, Россия) – инженер кафедры маркшейдерского дела, геодезии и геоинформационных систем Пермского национального исследовательского политехнического университета (614990, г. Пермь, Комсомольский пр., 29; e-mail: akukhtinskiy@gmail.com).

About the author

Sergey G. Ashikhmin (Perm, Russian Federation) – Doctor of Technical Sciences, Professor, Department of Mine Survey, Geodesy and Geoinformation Systems, Perm National Research Polytechnic University (614990, Perm, Komsomolsky av., 29; e-mail: geotech@pstu.ac.ru).

Artem E. Kukhtinskii (Perm, Russian Federation) – Engineer, Department of Mine Survey, Geodesy and Geoinformation Systems, Perm National Research Polytechnic University (614990, Perm, Komsomolsky av., 29; e-mail: akukhtinskiy@gmail.com).

Получено 3.04.2014

Просьба ссылаться на эту статью в русскоязычных источниках следующим образом:

Ашихмин С.Г., Кухтинский А.Э. Моделирование напряженно-деформированного состояния необсаженной скважины // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Геология. Нефтегазовое и горное дело. – 2014. – № 11. – С. 99–104.

Please cite this article in English as:

Ashikhmin S.G., Kukhtinskii A.E. Simulation of stress-deformed state of open well. *Bulletin of PNRPU. Geology. Oil & Gas Engineering & Mining*, 2014, no. 11, pp. 99–104.