

УДК 531/534: [57+61]

## БИОМЕХАНИЧЕСКАЯ ИНТЕРПРЕТАЦИЯ ДАННЫХ МИОМЕТРИИ СКЕЛЕТНЫХ МЫШЦ СПОРТСМЕНОВ

К.К. Бондаренко<sup>1</sup>, Д.А. Черноус<sup>2</sup>, С.В. Шилько<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины, Беларусь, 246699, Гомель, ул. Советская, 104

<sup>2</sup> Институт механики металлополимерных систем им. В.А. Белого Национальной академии наук Беларуси, Беларусь, 246050, Гомель, ул. Кирова, 32а, e-mail: shilko\_mprj@mail.ru

**Аннотация.** В работе усовершенствована ранее предложенная авторами методика определения вязкоупругих характеристик мышечной ткани по результатам динамического индентирования на основе идентификации модели мышцы как трехкомпонентной системы. Основная компонента характеризует материал мышечной ткани в пассивном состоянии; вторая компонента относится к функционированию актомиозиновых мостиков в стадии сокращения мышцы; третья компонента учитывает образование и накопление веществ, препятствующих актомиозиновому взаимодействию в процессе утомления мышцы. Модель использована для описания кинетики миометрических показателей мышцы (при переходе из пассивного состояния в напряженное), а также процесса усталости при многократном выполнении однотипных упражнений спортсменов–гребцов.

**Ключевые слова:** скелетные мышцы, активизация сократительной функции, утомление, вязкоупругие характеристики, миометрия.

### ВВЕДЕНИЕ

Классической задачей биомеханики является описание функционирования опорного аппарата человека как системы жестких звеньев и деформируемых связей [4]. Результаты решения этой задачи используются при оптимизации процедур реабилитации и режимов спортивных тренировок, планировании хирургических операций, обеспечении безопасности трудовой деятельности.

Прогнозирование кинематических и силовых параметров опорно-двигательной системы подразумевает наличие максимально полной и достоверной информации о механических свойствах входящих в нее сократительных элементов – скелетных мышц. В настоящее время для идентификации механических свойств мышечных тканей используют два различных подхода.

1. Измерения *in vitro* предполагают выделение и специальную обработку образца биоткани. Это позволяет производить стандартные испытания образцов (на растяжение–сжатие, релаксацию и т.д.) и исследовать сократительную активность мышцы путем электростимуляции в изометрических или изотонических условиях [3]. Основным недостатком измерений *in vitro* заключается в несоответствии получаемых экспериментальных данных свойствам живой мышечной ткани. Кроме того, *in vitro* не удастся исследовать все многообразие состояний скелетной мышцы (различные режимы нагружения, стадии утомления и восстановления и др.).

2. Измерения *in vivo* позволяют определить механические параметры скелетной мышцы в организме без хирургического вмешательства. Распространенным методом подобных измерений является индентирование кожного покрова в месте расположения исследуемой скелетной мышцы [7]. Для определения механических характеристик по результатам индентирования необходимо решить контактную задачу о внедрении жесткого штампа в образец материала. Решение подобной задачи для мышечной ткани осложняется нелинейностью деформирования и вязкостью компонент мышцы, а также сложной формой и неоднородностью изучаемого объекта. Поэтому в известных попытках использования метода индентирования для диагностики состояния скелетных мышц, как правило, определяют лишь «условные» механические характеристики: глубину внедрения индентора при заданной силе, частоту колебаний и скорость отскока индентора после ударного воздействия.

Сопоставление значений этих параметров для людей с разной физической подготовкой, в неодинаковых режимах функционирования опорно-двигательного аппарата и на различных стадиях утомления позволяет оценить текущее состояние конкретной скелетной мышцы. Однако эти величины определяются не только механическими свойствами мышечной ткани, но и конфигурацией мышцы, а также параметрами самого процесса измерения. В связи с этим параметры, регистрируемые при миометрии, не могут рассматриваться как механические характеристики мышечной ткани, что существенно снижает информативность результатов измерений.

Ранее авторами [5] была предложена методика, позволяющая по результатам динамического индентирования мышц, полученным на приборе «Миометр *UT 98-01*» [9], определить следующие механические характеристики мышечной ткани: начальный мгновенный модуль Юнга ( $E$ ), параметры простого экспоненциального ядра релаксации. Данная методика основана на решении задачи о внедрении абсолютно жесткого индентора в вязкоупругое полупространство. Основной недостаток методики работы [5] заключается в необходимости решения системы существенно нелинейных уравнений. Данное обстоятельство значительно затрудняет автоматизацию методики идентификации и обработку достаточного объема экспериментальных данных. Так, в работе [5] механические характеристики были определены только для одной мышцы (двуглавой мышцы плеча) в заданном состоянии без исследования динамики показателей при различных нагрузках на мышцу. Сделанные при этом выводы и предложенная интерпретация полученных результатов нуждаются в дополнительном обосновании и апробации.

Целью настоящей работы является совершенствование ранее разработанной методики идентификации вязкоупругих характеристик мышечной ткани для упрощения используемого математического аппарата.

### УПРОЩЕНИЕ МЕТОДИКИ ИДЕНТИФИКАЦИИ

Как и в работе [5], для получения исходной информации о механических свойствах скелетной мышцы использовали прибор «Миометр *UT 98-01*». С поверхностью мышцы (точнее, кожного покрова в месте расположения мышцы) приводится в контакт стальной индентор с ударной массой  $m = 20$  г, имеющий плоское круговое основание радиусом  $R = 1,5$  мм. Затем индентору придается начальная скорость  $v_0$ , после чего он совершает затухающие колебания вместе с присоединенной массой мышцы. Установленный в приборе акселерометр регистрирует ускорение индентора с заданным шагом по времени. По полученной экспериментальной зависимости ускорения от времени вычисляются три «условных» миометрических параметра мышцы: 1) частота колебаний индентора  $F$  (Гц); 2) декремент колебаний  $D$  и

3) жесткость  $H$  (Н/м), равная отношению максимального значения силовой реакции биоткани к максимальному внедрению индентора.

Для того чтобы перейти от «условных» параметров мышцы к механическим характеристикам мышечной ткани, в работе [5] решена контактная задача о внедрении стального индентора в вязкоупругое полупространство. Мышечная ткань рассматривалась как изотропный несжимаемый линейно вязкоупругий материал, имеющий при одноосном напряженном состоянии следующую зависимость осевого напряжения  $\sigma$  от продольной деформации  $\varepsilon$ :

$$\sigma(t) = E \left( \varepsilon(t) - A \int_0^t \exp[-\beta(t-x)] \varepsilon(x) dx \right). \quad (1)$$

Здесь  $E$  – мгновенный модуль Юнга;  $A$ ,  $\beta$  – параметры простого экспоненциального ядра релаксации. В работе [5] показано, что при использовании физического уравнения (1) временная зависимость внедрения индентора определяется функцией

$$u(t) = \frac{v_0}{\rho^2 + n^2 + w^2 - 2\rho n} \left[ 2ne^{-\rho t} + e^{-nt} \left( \frac{\rho^2 + w^2 - n^2}{w} \sin(wt) - 2n \cos(wt) \right) \right]. \quad (2)$$

Величины  $w$  и  $n$  в функции (2) связаны с условными миометрическими параметрами

$$w = 2\pi F, \quad n = DF. \quad (3)$$

Для определения величины  $\rho$  требуется решение системы трех нелинейных уравнений

$$\begin{cases} -2n\rho^3 e^{-\rho t_1} + \frac{n}{w} (\rho^2 (3w^2 - n^2) + (n^2 + w^2)^2) e^{-nt_1} \sin(wt_1) + \\ + (\rho^2 (3n^2 - w^2) - (n^2 + w^2)^2) e^{-nt_1} \cos(wt_1) = 0, \\ -2n\rho e^{-\rho t_2} + e^{-nt_2} \left[ \frac{n}{w} (w^2 + n^2 - \rho^2) \sin(wt_2) + (w^2 + n^2 + \rho^2) \cos(wt_2) \right] = 0, \\ \rho^2 e^{-\rho t_1} + e^{-nt_1} \left[ \frac{\rho^2 (n^2 - w^2) - (n^2 + w^2)^2}{2nw} \sin(wt_1) - \rho^2 \cos(wt_1) \right] = \\ = -\frac{H}{m} \left[ e^{-\rho t_2} + e^{-nt_2} \left( \frac{\rho^2 - n^2 + w^2}{2nw} \sin(wt_2) - \cos(wt_2) \right) \right]. \end{cases} \quad (4)$$

Из системы уравнений (4) при заданных  $w$  и  $n$  определяются величины  $t_1$ ,  $t_2$ ,  $\rho$ . Момент времени  $t_1$  соответствует первому минимуму ускорения индентора. Момент времени  $t_2$  соответствует первому максимуму внедрения. При известных значениях величин  $w$ ,  $n$  и  $\rho$  можно определить [5] вязкоупругие характеристики исследуемого материала.

$$\beta = \frac{\rho(\rho^2 - 3n^2 + w^2) + 2n(n^2 + w^2)}{\rho^2 + n^2 + w^2 - 2n\rho}, \quad A = \frac{(\beta - \rho)(w^2 + \rho^2 + 2n\beta - 3n^2)}{2n\beta + w^2 - 3n^2}, \quad (5)$$

$$E = \frac{m}{0,851\pi R} (2n\beta + w^2 - 3n^2).$$

Известно [1], что для мягких биотканей характерно пренебрежимо малое значение длительного модуля Юнга. В феноменологических моделях для описания вязкоупругого деформирования таких материалов часто используют элемент

Максвелла [8], состоящий из последовательно соединенных упругого (пружина) и вязкого (демпфер) элементов. Длительный модуль Юнга выражается через мгновенный модуль  $E$  и параметры ядра релаксации  $A$ ,  $\beta$  следующим образом:

$$E_{\text{дл}} = E \left( 1 - \frac{A}{\beta} \right) = E(1 - A\tau).$$

Здесь  $\tau = \frac{1}{\beta}$  – время релаксации. Если пренебречь значением  $E_{\text{дл}}$ , для исследуемого материала должно выполняться равенство

$$A = \beta. \quad (6)$$

Добавив условие (6) к выражениям (5), получим систему уравнений для определения величин  $E$ ,  $A$ ,  $\beta$ ,  $\rho$ . Решив эту систему, для вязкоупругих характеристик материала запишем

$$\tau = \frac{1}{A} = \frac{1}{2n} = \frac{1}{2FD}; \quad E = \frac{m}{0,851\pi R} (w^2 + n^2) = \frac{mF^2}{0,851\pi R} (4\pi^2 + D^2). \quad (7)$$

В соответствии с ранее предложенной методикой идентификации [4] для определения вязкоупругих характеристик требовалось использовать уравнения (3)–(5). Упрощенная методика подразумевает использование уравнений (3) и (7). В рамках упрощенной методики для характеристики вязкоупругого деформирования скелетной мышцы используются два параметра: мгновенный модуль Юнга  $E$  и время релаксации  $\tau$ . Для определения этих параметров достаточно знать частоту и декремент колебаний индентора, регистрируемые на приборе «Миометр UT 98-01».

Чтобы оценить погрешность идентификации, обусловленную дополнительным допущением (6), определим мгновенный модуль Юнга и время релаксации различных скелетных мышц членов сборной команды Республики Беларусь по гребле на байдарках и каноэ. Миометрические измерения посредством прибора «Миометр UT 98-01» проводились в научно-исследовательской лаборатории физической культуры и спорта Гомельского государственного университета им. Ф. Скорины. Результаты измерений и значения механических характеристик мышечных тканей представлены в таблице. В скобках приведены значения, вычисленные по упрощенной методике (3), (7). Можно отметить, что расхождение значений механических характеристик, вычисленных по подробной и упрощенной методикам идентификации, не превышает 4% для мгновенного модуля Юнга и 11% для времени релаксации. Погрешность определялась в процентах от соответствующих значений, вычисленных по методике, использующей выражения (3)–(5).

### ИЗМЕНЕНИЕ МИОМЕТРИЧЕСКИХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ПРИ АКТИВИЗАЦИИ МЫШЦЫ

Как следует из таблицы, при переходе мышцы из пассивного состояния в напряженное происходит изменение регистрируемого значения модуля Юнга мышечной ткани. В работе [5] предложена интерпретация данного явления, основанная на модели натянутой струны. Поперечное нагружение (индентирование) натянутой мышцы сопровождается возникновением дополнительной силы сопротивления, которая пропорциональна силе, генерируемой в мышце при активизации сократительной функции. В соответствии с данной моделью параметр  $\beta$  ядра релаксации при активации не изменяется, а параметр  $A$  уменьшается пропорционально увеличению модуля Юнга. Однако данные таблицы свидетельствуют о том, что гипотеза (6) применима как для пассивного, так и для напряженного состояния мышцы. Следовательно, необходимо уточнение интерпретации, приведенной в работе [5].

Таблица

## Миоэлектрические параметры и вязкоупругие характеристики скелетных мышц спортсменов-гребцов

Мышца	Параметры и характеристики									
	Пассивное состояние мышц					Напряженное состояние мышц				
	$F$ , Гц	$D$	$H$ , Н/м	$E$ , кПа	$\tau$ , мс	$F$ , Гц	$D$	$H$ , Н/м	$E$ , кПа	$\tau$ , мс
Наружные косые мышцы живота	8,7±0,34	0,81±0,12	184±6,8	15,5 (15,2)	68,6 (71)	9,4±0,49	0,59±0,02	239±11	17,7 (17,6)	84,5 (90,2)
Мышцы брюшного пресса	8,3±0,41	1,16±0,07	139±7,5	14,5 (14)	50,2 (51,9)	10,7±0,6	1,04±0,12	169±13	23,8 (23,2)	40,7 (44,9)
Двуглавая мышца плеча	11,3±0,39	1,1±0,11	198±6,4	26,7 (25,9)	37,1 (40,2)	18,4±0,5	0,82±0,08	433±12	68,7 (67,8)	31,6 (33,1)
Трехглавая мышца плеча	14±0,47	1,79±0,09	248±8,1	42,8 (41,7)	18,7 (20)	25,2±0,7	1±0,14	487±11	125 (128)	20,2 (19,8)
Широчайшая мышца спины (крыловидные точки)	12±0,24	0,66±0,04	204±7,6	28,5 (28,7)	65,3 (63,1)	12,3±0,8	0,84±0,11	345±9	30,5 (30,3)	45,1 (48,4)
Грудная мышца	11±0,27	1,06±0,16	173±6,4	24,9 (24,5)	39,6 (42,9)	12,1±0,5	0,79±0,08	257±8	29,5 (29,3)	51,3 (52,3)
Дельтовидная мышца	12,5±0,21	1,25±0,13	251±5,9	32,6 (32)	29,3 (32)	13,5±0,7	0,89±0,19	342±14	36,8 (36,6)	39,2 (41,6)
Трапециевидная мышца	13,1±0,33	1,47±0,13	271±9,2	37 (35,6)	25,2 (26)	19,6±0,9	0,88±0,14	496±7	78,2 (77,1)	26,8 (29)
Длинный лучевой разгибатель запястья	14,3±0,32	1,19±0,19	258±7,3	42,2 (41,7)	27,1 (29,4)	21,3±0,9	1,16±0,21	486±16	92,5 (92,4)	21,3 (20,2)

Для выработки новой интерпретации изменения вязкоупругих свойств мышечной ткани при активации рассмотрим мышечное моноволокно как цилиндрическую оболочку, образованную вязкоупругим материалом [8]. Данная оболочка содержит актиновые и миозиновые нити саркомера. Нити саркомера не оказывают существенного влияния на механическое поведение нити в пассивном состоянии. Поэтому определенные для пассивной мышцы характеристики  $E_n$ ,  $A_n$ ,  $\tau_n$  можно использовать в качестве параметров, описывающих механическое поведение материала оболочки. При активации сократительной функции внутренний объем оболочки, моделирующей мышечное моноволокно, приобретает значительную поперечную жесткость. Данное явление обусловлено возникновением поперечных актомиозиновых мостиков, которые не только вызывают относительное скольжение нитей саркомера, но и препятствуют поперечному сжатию моноволокна. Ужесточение внутреннего объема можно интерпретировать как формирование внутри оболочки «армирующей» линейно-упругой фазы, модуль упругости которой ( $E_f$ ) существенно выше модуля упругости материала оболочки,  $E_f \gg E_n$ . Таким образом, мышечная ткань в активном состоянии представляет собой двухфазный армированный композит.

При определении эффективных механических свойств этого композита в поперечном к армирующим элементам направлении используем упрощенное усреднение, соответствующее «последовательному» соединению упругих элементов

$$\varepsilon = (1 - c_f)\varepsilon_m + c_f\varepsilon_f. \quad (8)$$

Здесь  $\varepsilon$ ,  $\varepsilon_m$ ,  $\varepsilon_f$  – деформации мышечной ткани, оболочки и «армирующей» фазы соответственно;  $c_f$  – объемная доля «армирующей» фазы.

Поведение композитного материала в направлении индентирования (поперечном к армирующим элементам) и поведение изотропного материала оболочки описываются физическим уравнением (1). Решая данное уравнение относительно деформации, получим

$$\varepsilon(t) = \frac{1}{E} \left( \sigma(t) + A \int_0^t \exp \left[ -(t-x) \left( \frac{1}{\tau} + A \right) \right] \sigma(x) dx \right).$$

Материал армирующих элементов рассматривается как линейно упругий, следовательно,  $\varepsilon_f = \frac{\sigma}{E_f}$ . Подставив выражения для деформаций в уравнение (8) и выполнив математические преобразования, можно определить эффективные характеристики  $E_a$ ,  $A_a$  и  $\tau_a$  композита, моделирующего мышечную ткань в активном состоянии:

$$E_a = \frac{E_n E_f}{(1 - c_f) E_f + c_f E_n}, \quad A_a = A_n \frac{(1 - c_f) E_f}{(1 - c_f) E_f + c_f E_n}, \quad (9)$$

$$\tau_a = \tau_n \left[ 1 - A_n \tau_n \left( 1 - \frac{(1 - c_f) E_f}{(1 - c_f) E_f + c_f E_n} \right) \right]^{-1}.$$

Учитывая, что модуль упругости мышцы в пассивном состоянии  $E_n$  мал по сравнению с аналогичным модулем армирующего элемента, систему (9) можно переписать в виде

$$c_f \approx 1 - \frac{E_n}{E_a}, \quad A_a \approx A_n, \quad \tau_a \approx \tau_n. \quad (10)$$

Если гипотеза (6) была справедлива для пассивного состояния мышцы, то в соответствии с выражениями (10) она будет справедлива и для ее напряженного состояния. Предложенная интерпретация процесса активации мышцы позволяет характеризовать данный процесс объемной долей  $c_f$ , которая определяется первым уравнением системы (10).

Значение объемной доли  $c_f$  характеризует объем, доступный для поперечных актомиозиновых мостиков. Следовательно,  $c_f$  связана с внутренней структурой саркомера, которая для всех скелетных мышц практически одинакова. Можно предположить, что значения объемной доли  $c_f$  для различных мышц близки. Действительно, вычисленное по формуле (10) среднее значение  $c_f$  для всех рассматриваемых мышц (таблица) варьируется в ограниченном интервале  $0,362 \pm 0,215$ . Анализ таблицы показывает, что отношение модулей Юнга в пассивном и напряженном состояниях коррелирует с отношением жесткостей  $H$ . Если объемную долю  $c_f$  вычислять по формуле

$$c_f = 1 - \frac{H_p}{H_a}, \quad (11)$$

то в результате усреднения для всех рассмотренных мышц получим  $c_f = 0,374 \pm 0,11$ . Таким образом, объемную долю  $c_f$ , характеризующую эффективность сокращения мышцы, можно определять как по формуле (10), так и при помощи соотношения (11), причем с точки зрения стабильности результатов использование отношения жесткостей  $\frac{H_p}{H_a}$  предпочтительно.

### ИЗМЕНЕНИЕ ПОКАЗАТЕЛЕЙ МЫШЦЫ В ПРОЦЕССЕ НАКОПЛЕНИЯ УСТАЛОСТИ

Предложенная модель мышечной ткани как двухфазного композита позволяет интерпретировать изменение миометрических параметров не только при активации, но и при утомлении мышцы. Интенсивное актомиозиновое взаимодействие сопровождается накоплением в мышечной ткани веществ, препятствующих реализации сократительной функции. В рамках предложенной структурной модели мышечной ткани данное явление можно рассматривать как возникновение в композите новой фазы, объемная доля которой  $c^y$  возрастает по мере утомления.

Пренебрежем вязкостью материала данной фазы и примем, что модуль Юнга этого материала значительно превосходит модуль Юнга мышечной ткани в пассивном состоянии  $E^y \gg E_p$ . Используя те же математические преобразования, что и при выводе соотношений (10), найдем мгновенный модуль Юнга  $E_p^y$  и время релаксации  $\tau_p^y$  мышечной ткани в пассивном состоянии с учетом утомления.

$$E_p^y = \frac{E_p}{1 - c^y}, \quad \tau_p^y = \tau_p. \quad (12)$$

Следовательно,

$$c^y = 1 - \frac{E_p}{E_p^y}. \quad (13)$$

Возникновение в пространстве между нитями саркомера жестких включений уменьшает пространство, доступное для актомиозиновых поперечных мостиков. Исходный (до начала процесса утомления) объем таких мостиков определяется

объемной долей  $c_f$  (10). Поэтому объемную долю  $c_f^y$  поперечных мостиков на заданной стадии утомления можно определить как разность

$$c_f^y = c_f - c^y = E_{\text{п}} \frac{E_{\text{а}} - E_{\text{п}}^y}{E_{\text{а}} E_{\text{п}}^y} \approx H_{\text{п}} \frac{H_{\text{а}} - H_{\text{п}}^y}{H_{\text{а}} H_{\text{п}}^y}. \quad (14)$$

С другой стороны, объемная доля  $c_f^y$ , по аналогии с величиной  $c_f$ , определяется отношением модуля Юнга в пассивном состоянии к соответствующему значению в напряженном состоянии

$$c_f^y = 1 - \frac{E_{\text{п}}^y}{E_{\text{а}}^y} \approx 1 - \frac{H_{\text{п}}^y}{H_{\text{а}}^y}. \quad (15)$$

Таким образом, процесс усталости скелетных мышц характеризуется значением объемной доли  $c_f^y$ , которая определяется соотношением (14) или (15).

В качестве примера использования разработанной методики описания процесса утомления было изучено изменение миометрических параметров икроножной мышцы человека при выполнении физических упражнений. Экспериментальные исследования выполняли на базе научно-исследовательской лаборатории физической культуры и спорта Гомельского государственного университета им. Ф. Скорины. Исследовали свойства икроножной мышцы легкоатлетов, имеющих уровень спортивной квалификации не ниже 1-го разряда. Измерения на приборе «Миометр UT 98-01» производили в зоне латеральной головки мышцы (*m. gastrocnemius caput laterale*). Каждое значение миометрического параметра было получено усреднением значений, измеренных для 8 спортсменов. Максимальная статистическая погрешность при усреднении соответствует декременту  $D$  в напряженном состоянии мышцы и составляет 32% от среднего значения миометрического параметра.

Чтобы установить влияние утомления на миометрические показатели, мышце был задан режим работы, допускающий периодический контроль состояния. В качестве такового выполнялось упражнение по подъему на стопе на высоту 5 см в течение 30 с при последующем отдыхе продолжительностью 1 мин без касания пяткой пола. После каждого упражнения измерялись параметры  $F$ ,  $D$ ,  $H$  мышцы в пассивном и напряженном состояниях. По формулам (7) вычислялись соответствующие значения характеристик  $E$  и  $\tau$ . Затем по формуле (13) вычислялась объемная доля  $c^y$ , которая характеризует процесс накопления усталости. По формуле (15) определялась объемная доля  $c_f^y$ , характеризующая реализацию сократительной функции на различных стадиях процесса утомления. В результате были найдены зависимости характеристик  $E_{\text{п}}^y$ ,  $\tau_{\text{п}}^y$ ,  $E_{\text{а}}^y$ ,  $\tau_{\text{а}}^y$ ,  $c^y$ ,  $c_f^y$  от числа упражнений  $N$ , предшествующих моменту измерения.

В рамках настоящей работы будем рассматривать только начальную стадию процесса утомления ( $N < 11$ ). Изменение миометрических параметров при продолжении выполнения упражнения, а также в течение 3 суток после отказа от выполнения упражнения [2] может явиться предметом дальнейших исследований.

На рис. 1 представлена зависимость времени релаксации мышцы в пассивном и напряженном состояниях от количества  $N$  упражнений. Можно отметить, что при переходе мышцы в напряженное состояние значение регистрируемого времени релаксации практически не изменяется. Данное наблюдение подтверждает правомерность третьего равенства системы (10). Кроме того, зависимости на рис. 1 позволяют утверждать, что процесс накопления усталости не оказывает существенного влияния на значение времени релаксации.

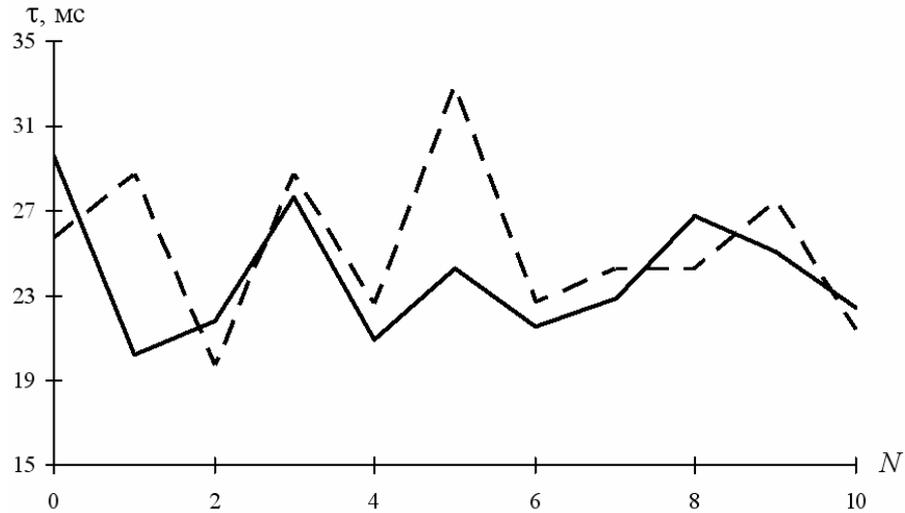


Рис. 1. Изменение времени релаксации при выполнении упражнения. Сплошная кривая – время релаксации в пассивном состоянии; пунктирная – в напряженном состоянии

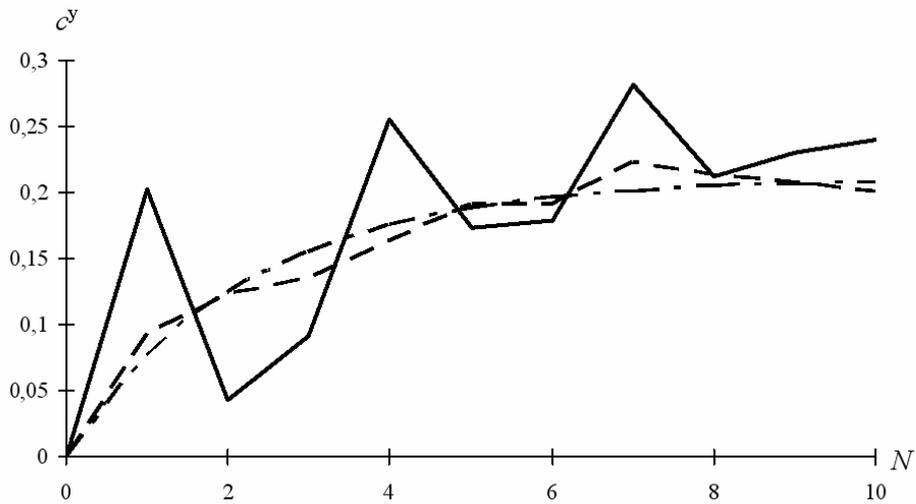


Рис. 2. Изменение объемной доли  $c^y$ , характеризующей накопление усталости при выполнении упражнения. Сплошная кривая соответствует использованию модулей Юнга; пунктирная — жесткости  $H$ ; штрихпунктирная — аппроксимация (16)

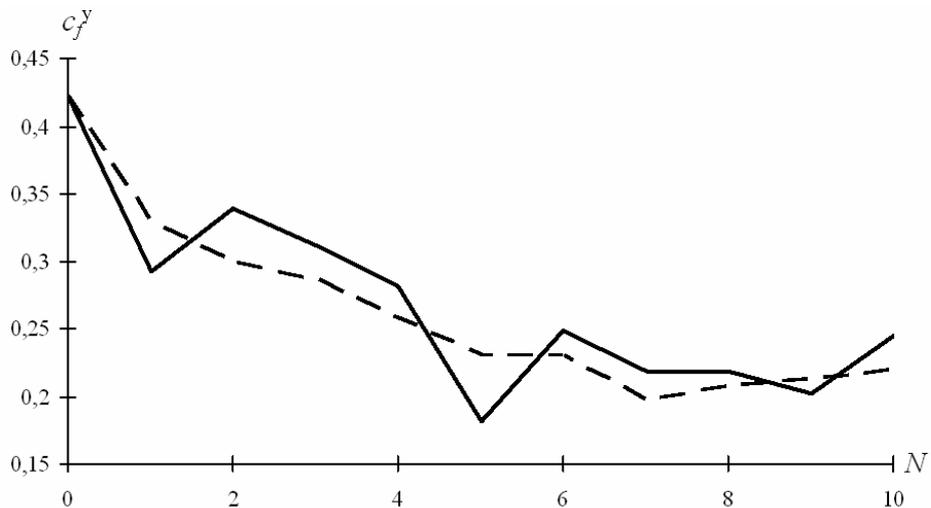


Рис. 3. Изменение объемной доли  $c_f^y$  при выполнении упражнения. Сплошная кривая — использование формулы (15); пунктирная — формулы (14)

На рис. 2 показано влияние  $N$  на объемную долю  $c^y$ , вычисляемую по формуле (13), из чего следует возможность замены отношения модулей Юнга отношением жесткостей  $H$ . На рис. 2 также показана возможность аппроксимации зависимости  $c^y(N)$  экспоненциальной функцией вида

$$c^y(N) = 0,21(1 - e^{-0,45N}). \quad (16)$$

Среднеквадратичное отклонение результатов использования функции (16) от значений объемной доли  $c^y$ , вычисленных по формуле (13), исходя из жесткости  $H$ , составляет 0,029, что позволяет использовать предложенную аппроксимацию.

Дифференцируя функцию (16) по  $N$ , получим

$$\frac{dc^y}{dN} = 0,45 \left( \frac{c_f}{2} - c^y \right).$$

Другими словами, скорость роста объемной доли  $c^y$  прямо пропорциональна свободному объему, в котором могут образоваться включения, препятствующие мышечному сокращению.

При вычислении объемной доли  $c_f^y$  (рис. 3) будем использовать только жесткости  $H$ . Как и следовало ожидать, накопление усталости приводит к снижению интенсивности реализации сократительной функции мышцы. Результаты использования соотношений (14) и (15) для определения объемной доли  $c_f^y$  различаются весьма незначительно (среднеквадратичное отклонение составляет 0,082). Данное обстоятельство подтверждает правомерность использования предложенной модели мышцы как трехкомпонентной системы для описания процесса мышечного утомления.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате анализа миометрических данных установлено, что при биомеханическом моделировании скелетных мышц можно пренебречь значением длительного модуля Юнга мышечной ткани. Показано, что изменение характеристик мышцы при переходе в напряженное состояние может быть обусловлено возникновением в саркомере жесткой фазы, соответствующей актомиозиновым поперечным мостикам. Сделано допущение, что изменение миометрических параметров на начальной стадии процесса утомления также связано с накоплением в мышце некоторой фазы, жесткость которой существенно превосходит жесткость мышечной ткани в пассивном состоянии. Таким образом, интенсивность процессов активации и утомления мышцы характеризуется объемным содержанием соответствующих жестких фаз, объемные доли которых вычисляются по отношению модулей Юнга до и после описываемого процесса. Показана правомерность использования предложенной модели мышцы как трехкомпонентной системы для описания мышечного утомления и возможность замены отношения модулей Юнга отношением жесткостей, определяемых на приборе «Миометр UT 98-01».

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Белая, Е.В. Общая характеристика реологических свойств мягких тканей человека по данным измерений методом локального циклического нагружения и простейшая феноменологическая модель этих свойств / Е.В. Белая // Механика композитных материалов. – 1979. – № 4. – С. 737–741.

2. *Бондаренко, К.К.* Изменение тонуса икроножной мышцы при динамической нагрузке стопы / К.К. Бондаренко, В.В. Солошик, С.В. Шилько, Д.А. Черноус // Биомеханика стопы человека: матер. 1-й Междунар. науч.-практ. конф., Гродно, 18-19 июня 2008 г. / ГНУ НИЦПР НАНБ. – Гродно: ГрГУ, 2008. – С. 53–55
3. *Дещеревский, В.И.* Математические модели мышечного сокращения / В.И. Дещеревский. – М.: Наука, 1977.
4. *Покатилов, А.Е.* Биодинамические исследования спортивных упражнений в условиях упругой опоры / А.Е. Покатилов, В.И. Загравский, Д.А. Лавшук. – Минск: Изд-во БГУ, 2008.
5. *Шилько, С.В.* Метод определения *in vivo* вязкоупругих характеристик скелетных мышц / С.В. Шилько, Д.А. Черноус, К.К. Бондаренко // Российский журнал биомеханики. – 2007. – Т. 11, № 1. – С. 45–54.
6. *Шилько, С.В.* Неинвазивная диагностика механических характеристик мышечной ткани / С.В. Шилько, Д.А. Черноус, К.К. Бондаренко // Сборник научных статей Респ. науч.-практ. конференции «Актуальные проблемы медицины» и 17-й итоговой научной сессии Гом. гос. мед. университета: в 4 т./ редколлегия: А.Н. Лызилов [и др.] – Гомель: УО «ГомГУ», 2008. – Т. 4. – С. 161–164.
7. *Bosboom, E.M.H.* Passive transverse mechanical properties of skeletal muscle under *in vivo* compression / E.M.H. Bosboom, M.K.C. Hesselink, C.W.J. Oomens, C.V.C. Bouten, M.R. Drost, F.P.T. Baaijens // Journal of Biomechanics. – 2001. – Vol. 34. – P. 1365–1368.
8. *Ferry, J.D.* Viscoelastic properties of polymers / J.D. Ferry. – New York-London, 1961.
9. *Miometer UT 98-01.* University of Tarty, 2002.

## BIOMECHANICAL INTERPRETATION OF MYOMETRY OF SPORTSMEN SKELETAL MUSCLES

**K.K. Bondarenko, D.A. Chernous, S.V. Shilko (Gomel, Belarus)**

The technique of the muscular tissue viscoelastic the characteristics determination using dynamic indentation is offered. New structural model of muscular tissue as three-component system is developed. The first component characterizes the biotissue in a passive state; the second component corresponds to muscle actuation; the third component corresponds to formation and accumulation of the substances blocking actomyozine interaction. The model is used for description of myometric muscle indices kinetics (during the transition from passive state to stressed one) and fatigue process during repeated performing of oarsmen exercises by oarsmen.

**Key words:** skeleton muscles, activation of contractive function, fatigue, viscoelastic characteristics, myometry.

*Получено 20 января 2009*