

В.В. Погорелко, А.П. Яловец

Южно-Уральский государственный университет, г. Челябинск

ГЕНЕРАЦИЯ ПОЛЕЙ НАПРЯЖЕНИЙ В КОМПОЗИЦИОННОМ МАТЕРИАЛЕ ПРИ ВОЗДЕЙСТВИИ ИНТЕНСИВНЫХ ПОТОКОВ ЭНЕРГИИ

Исследовано прохождение ударной волны в композиционном материале, возникающей в результате облучения электронным пучком. Исследование проводилось на основе модели гетерогенной среды, учитывающей теплопроводность, теплообмен, силы взаимодействия между компонентами и релаксацию компонент среды по напряжениям. Выявлена роль включений в формировании полей напряжений.

Ключевые слова: модель гетерогенной среды, композиционный материал, скорость звука, поля напряжений, интенсивные потоки энергии.

Введение

В настоящее время хорошо изучено, как экспериментально, так и теоретически, воздействие интенсивных потоков излучения на однородные (гомогенные) среды. Теоретические исследования по воздействию мощных потоков излучения на композиционные материалы ограничены трудностями применения развитых на сегодня моделей гетерогенных сред к решению этих задач.

В настоящее время большое внимание уделяется развитию моделей многоскоростных взаимодействующих континуумов [1, 2, 3]. В рамках этих моделей поведение каждого компонента определяется законами сохранения. Практическая реализация упомянутых выше моделей встречает большие трудности, обусловленные отсутствием необходимой для получения замкнутой системы уравнений информации.

Нами предложена модель, позволяющая описывать течения в композиционном материале с учетом процессов теплопроводности, теплообмена, сил взаимодействия между компонентами и релаксации их к равновесию, обеспечивающая выполнение законов сохранения.

Целью работы является построение модели композиционного материала и численное моделирование течений, возникающих при воздействии на него сильнооточного электронного пучка.

1. Модель композиционного материала

Будем считать, что размеры включений в смеси во много раз больше расстояний между молекулами. Данное допущение позволяет рассматривать гетерогенную среду как совокупность многоскоростных взаимодействующих континуумов [1–3].

Пусть dV – физически малый элемент объема гетерогенной смеси; $dV^{(j)}$, $dm^{(j)}$ – элемент объема и масса j -компоненты в элементе dV . Тогда объемная доля j -компоненты $\alpha^{(j)} = dV^{(j)} / dV$, её приведенная плотность – $\rho^{(j)} = dm^{(j)} / dV = \alpha^{(j)} \bar{\rho}^{(j)}$, где $\bar{\rho}^{(j)}$ – истинная плотность компоненты.

Средняя плотность гетерогенной среды может быть представлена в виде $\rho = \frac{dm}{dV} = \sum_j \rho^{(j)} = \sum_j \alpha^{(j)} \bar{\rho}^{(j)}$, где $dm = \sum_j dm^{(j)}$ – масса смеси, заключенная в dV . Обозначив через $\vec{v}^{(j)}$ массовую скорость j -компоненты, представим скорость центра масс элемента dV в виде $\vec{v} = \sum_j \rho^{(j)} \vec{v}^{(j)} / \rho$, тензор скоростей деформации смеси определим из выражения $2v_{ik} = \partial v_i / \partial x_k + \partial v_k / \partial x_i$, относительную скорость компоненты $\vec{\xi}^{(j)} = \vec{v}^{(j)} - \vec{v}$.

Сформулируем основные положения модели.

1. Элементарная работа $\dot{A}^{(j)}$, совершаемая j -компонентой над всей гетерогенной средой в единицу времени в единице объема, имеет вид

$$\dot{A}^{(j)} = -\alpha^{(j)} \sigma_{ik}^{(j)} v_{ik}, \quad (1)$$

где $\sigma_{ik}^{(j)}$ – тензор напряжений j -компоненты. Действительно, $\dot{A}^{(j)}$ должна определяться напряженным состоянием данной компоненты и деформацией среды в целом.

2. Все компоненты среды равноправны и движутся в самосогласованном поле напряжений σ_{ik} , создаваемом всеми компонентами среды:

$$\sigma_{ik} = \sum_j \alpha^{(j)} \sigma_{ik}^{(j)}. \quad (2)$$

Для получения (2) в качестве термодинамического потенциала гетерогенной среды выберем внутреннюю энергию единицы ее объема, которая является аддитивной величиной.

$$E = \sum_j \alpha^{(j)} E^{(j)}(u_{ik}^{(j)}, S^{(j)}) + 0,5 \sum_j \alpha^{(j)} \bar{\rho}^{(j)} \xi^{(j)2}, \quad (3)$$

где $E^{(j)} = \bar{\rho}^{(j)} U^{(j)}$, $S^{(j)}$, $u_{ik}^{(j)}$ – внутренняя энергия, энтропия и тензор деформации единицы объема компоненты, $U^{(j)}$ – внутренняя энергия единицы массы j -компоненты.

Поскольку относительная массовая скорость компонент $\bar{\xi}^{(j)}$ много меньше скорости теплового движения молекул, последним слагаемым в (3) можно пренебречь.

Поскольку компоненты тензора напряжений имеют вид $\sigma_{ik} = (\partial E / \partial u_{ik})_S$ [4], то записав с учетом (1) основное термодинамическое соотношение для деформируемых тел $dE^{(j)} = T^{(j)} dS^{(j)} + \sigma_{ik}^{(j)} du_{ik}$, можно из (3) получить (2).

Из (1) и (2) следует выражение для элементарной работы, совершаемой при деформации в единицу времени в единице объема гетерогенной смеси, $\dot{A} = \sum_j \dot{A}^{(j)} = -\sigma_{ik} v_{ik}$.

Уравнение непрерывности для j -компоненты полностью эквивалентно уравнению непрерывности, приведенному в [1]. Уравнение непрерывности фактически содержит две неизвестных: объемную долю $\alpha^{(j)}$ и физическую плотность $\bar{\rho}^{(j)}$. Поэтому его можно записать в виде

$$\frac{\partial \alpha^{(j)}}{\partial t} + \nabla(\alpha^{(j)} \bar{v}^{(j)}) = -\frac{\alpha^{(j)}}{\bar{\rho}^{(j)}} \frac{d_j \bar{\rho}^{(j)}}{dt}, \quad (4)$$

где $\frac{d_j}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + (\bar{v}^{(j)} \nabla)$ – полная производная по времени в подвижной системе координат, связанной с j -компонентой. Изменение физической плотности j -компоненты в гетерогенной среде (в отсутствие химических превращений) обусловлено двумя факторами. Во-первых, изменение плотности компоненты происходит вследствие изменения объема при ее деформации в поле напряжений (2). Во-вторых, деформация компонент в поле напряжений (2) приводит к их различным напряженным состояниям, что вызывает изменение термодинамического состояния каждой компоненты в процессе релаксации напряжений к некоторому общему значению. Из сказанного следует, что уравнение для физической плотности имеет вид

$$\frac{d_j \bar{\rho}^{(j)}}{dt} = -\bar{\rho}^{(j)} (\nabla \bar{v}^{(j)}) + \left(\frac{d_j \bar{\rho}^{(j)}}{dt} \right)_{rel}, \quad (5)$$

где $\left(\frac{d_j \bar{\rho}^{(j)}}{dt} \right)_{rel}$ – скорость изменения плотности компоненты вследствие релаксации напряжений, явный вид которой определяется конкретной структурой гетерогенной среды.

Уравнение движения для j -компоненты в поле напряжений (2) в консервативной форме имеет вид

$$\frac{\partial \rho^{(j)} v_i^{(j)}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_k} \rho^{(j)} v_i^{(j)} v_k^{(j)} = \alpha^{(j)} \frac{\partial \sigma_{ik}}{\partial x_k} - \sum_k B^{(jk)} (v_i^{(j)} - v_i^{(k)}), \quad (6)$$

где в правой части первое слагаемое описывает действующую на компоненту силу внутренних напряжений с учетом объемной доли этой компоненты, второе – силу трения между компонентами, $B^{(jk)}$ – коэффициент трения между j и k компонентами, для которого справедливо соотношение: $B^{(jk)} = B^{(kj)}$. По сути, уравнение (6) и приведенное в [1] уравнение движения для компоненты отличаются только силой внутренних напряжений, действующей на компоненту.

Уравнение для внутренней энергии j -компоненты следует из первого начала термодинамики. В консервативной форме это уравнение имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho^{(j)} U^{(j)}}{\partial t} + \frac{\partial \rho^{(j)} U^{(j)} v_k^{(j)}}{\partial x_k} = \alpha^{(j)} \sigma_{ik}^{(j)} v_{ik} - \alpha^{(j)} \frac{\partial}{\partial x_k} q_k^{(j)} - \\ - \sum_k Q^{(jk)} (T^{(j)} - T^{(k)}) + \sum_k \beta^{(jk)} B^{(jk)} (v_i^{(j)} - v_i^{(k)})^2, \end{aligned} \quad (7)$$

где слагаемые в правой части уравнения соответственно учитывают работу (1), совершаемую за единицу времени компонентой при деформации смеси, теплопроводность, теплообмен между компонентами, работу сил трения. В уравнении (7) введены обозначения: $q_k^{(j)} = -\kappa^{(j)} (\partial T^{(j)} / \partial x_k)$ – поток тепла, обусловленный теплопроводностью, где $\kappa^{(j)}$ – коэффициент теплопроводности j -компоненты; $Q^{(jk)}$ – коэффициенты теплообмена между j и k -компонентами; $\beta^{(jk)}$ – доля тепла, передаваемая j -компоненте при трении с k -компонентой [1],

причем $\beta^{(kj)} = 1 - \beta^{(jk)}$. Уравнение (7) отличается от уравнения, записанного в [1], только выражением для работы, совершаемой компонентой.

Удобно представить $\sigma_{ik}^{(j)} = -P^{(j)}\delta_{ik} + S_{ik}^{(j)}$, где $P^{(j)}$ – шаровая часть, $S_{ik}^{(j)}$ – девиатор тензора напряжений для j -компоненты. Шаровая часть тензора напряжений находится из уравнения состояния. Как и в уравнении для физической плотности (5), в уравнении для девиатора тензора напряжений j -компоненты необходимо учесть вклад в изменение её напряженного состояния за счет процесса релаксации:

$$\frac{\partial S_{ik}^{(j)}}{\partial t} + \left(v_k^{(j)} \frac{\partial}{\partial x_k} \right) S_{ik}^{(j)} = 2\mu^{(j)} \widehat{v}_{ik}^{(j)} + \left(\frac{d_j S_{ik}^{(j)}}{dt} \right)_{rel}, \quad (8)$$

где $\widehat{v}_{ik}^{(j)} = v_{ik}^{(j)} - v_{ll}^{(j)}\delta_{ik}/3$; $\mu^{(j)}$ – модуль сдвига для j -компоненты, $(d_j S_{ik}^{(j)}/dt)_{rel}$ – скорость изменения напряженного состояния компоненты вследствие релаксации напряжений.

Пластическое течение описывается путем сохранения девиатора тензора напряжений на пределе текучести (условие текучести Мизеса) [5].

Таким образом, уравнения (5)–(8) представляют собой систему, описывающую динамику произвольной гетерогенной среды. Для замыкания данной системы уравнений требуется задание конкретной геометрии компонент, образующих данную гетерогенную среду, и решение задачи о релаксации напряжения каждого структурного элемента этой среды.

Из уравнений (5)–(8) легко получить уравнения для среды в целом, для чего следует просуммировать каждое из уравнений по всем компонентам. Получившиеся уравнения имеют обычный вид, как в односкоростном случае, но зависят от относительного движения составляющих. Интегрируя получившиеся уравнения по всему объему гетерогенной среды, учитывая, что в случае изолированной системы потоки массы, импульса и энергии через ее поверхность равны нулю, получим законы сохранения массы импульса и энергии.

Для замыкания системы уравнений (5)–(8) требуется определение $(d_j \bar{\rho}^{(j)}/dt)_{rel}$ и $(d_j S_{ik}^{(j)}/dt)_{rel}$, т.е. решение задачи о релаксации напряжения каждого структурного элемента композита. Описание релаксации в нашем подходе заключается в приближенном решении уравне-

ний механики сплошной среды для отдельного включения сферической формы. При этом учитывается изменение объема, внутренней энергии и массовой плотности компонент.

Коэффициенты взаимодействия между j - и k -компонентами $B^{(jk)}$ для включения сферической формы рассчитывались в соответствии с работой [6]. Для нахождения функции энерговыделения в облучаемой среде решается кинетическое уравнение для быстрых частиц [7].

В данной работе система уравнений (5)–(8) дополнялась широкодиапазонными уравнениями состояния [8] и решалась численно, методом, описанным в работе [9].

2. Численное моделирование. Обсуждение результатов

Для тестирования модели гетерогенной среды было проведено сравнение результатов численного моделирования соударения пластин из композиционного материала с экспериментальными данными работы [10]. Композиционный материал представлял собой алюминиевую матрицу с включениями двуокиси кремния SiO_2 , средний размер которых составлял 10 мкм. Объемная доля включений $\alpha = 0,5$.

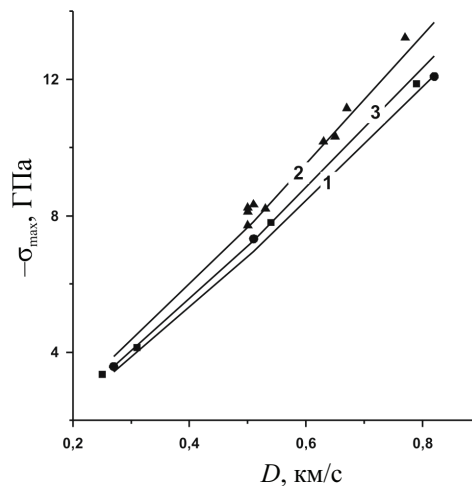


Рис. 1. Зависимость максимальных напряжений в композиционном материале ($\text{Al}+\text{SiO}_2$) от скорости ударника. Радиус включений SiO_2 $r = 10$ мкм. Объемная доля включений $\alpha = 0,5$. Экспериментальные данные работы [10]: ■ – SiO_2 ; ▲ – Al; ● – ($\text{Al}+\text{SiO}_2$). Наши расчеты: 1 – SiO_2 ; 2 – Al; 3 – ($\text{Al}+\text{SiO}_2$)

Из рис. 1 видно, что при данных скоростях ударника наши расчеты достаточно хорошо согласуются с экспериментом. При больших скоростях ударника мы получаем завышенные значения максимальных

напряжений в композите, что может быть связано либо с разрушением включений SiO_2 , либо с имеющими место при данных условиях химическими реакциями [11], которые мы не учитываем.

Приведем некоторые результаты расчетов полей напряжений в твердотельной мишени при воздействии сильнофокусированного электронного пучка. Расчеты проводились для мишени из композиционного материала, представляющего собой алюминиевую матрицу с железными включениями различных радиусов и объемной доли.

В результате торможения частиц пучка происходит интенсивный нагрев среды и образование области высокого давления. Разгрузка сжатого вещества сопровождается распространением по объему мишени волны напряжения.

На рис. 2 приводятся результаты численного моделирования прохождения ударной волны, возникающей в результате облучения электронным пучком, через мишень толщиной 1 см. Длительность импульса облучения 50 нс, максимальная энергия электронов 1 МэВ, максимальная плотность тока 1 кА/см^2 .

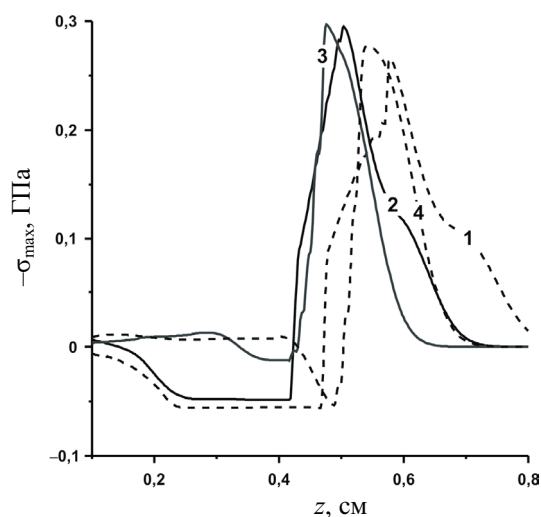


Рис. 2. Поля напряжений в композиционном материале (Al+Fe) при различных объемных долях включений железа на момент времени $t = 1 \text{ мкс}$. Радиус включений $r = 1 \text{ мкм}$; 1 – Al; 2 – (Al+Fe) при $\alpha = 0,2$; 3 – (Al+Fe) при $\alpha = 0,8$; 4 – Fe

Из этого графика видно, что включения играют существенную роль в формировании полей напряжений в мишени при облучении электронным пучком. Наличие включений приводит к тому, что скорость распространения ударной волны может быть меньше, чем скорость

сти распространения ударных волн в чистых материалах. За счет этого медленнее идет процесс разгрузки, и амплитуда волны в композиционном материале превышает амплитуды волн в чистых материалах. При небольших объемных долях включений профиль волны подобен профилю волны в материале матрицы. При увеличении объемной доли включений профиль волны стремится к профилю волны в материале включений.

Следует отметить, что характер распространения волны сильно зависит от размеров включений. Это связано с тем, что при увеличении размеров включений теплообмен и релаксация компонент по напряжениям не успевают выравнивать температуры и напряжения компонент.

Заключение

Построена модель гетерогенной среды, учитывающая процессы теплопроводности, теплообмена, взаимодействие между компонентами и релаксацию компонент по напряжениям. Модель гетерогенной среды была протестирована на задаче по определению максимальных напряжений при соударении пластин из композиционного материала. Численные расчеты находятся в хорошем соответствии с экспериментальными данными. Проведены численные исследования распространения волны напряжения в композитной мишени при облучении мощным электронным пучком. Получены зависимости максимальных напряжений, возникающих в композиционном материале, от размеров и объемной доли включений. Наличие включений существенно влияет на характер распространения волны напряжения в среде.

Библиографический список

1. Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. – М.: Наука, 1987.
2. Нигматулин Р.И. Основы механики гетерогенных сред. – М.: Наука, 1978.
3. Куропатенко В.Ф. Модель гетерогенной среды // Докл. Академии наук. – 2005. – Т. 403, № 6. – С. 761–763.
4. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Т. 7. Теория упругости. – М.: Физматлит, 1987.
5. Уилкинс М.Л. Расчёт упругопластических течений // Вычислительные методы в гидродинамике. – М.: Мир, 1967.

6. Kiselev S.P., Kiselev V.P. Mechanism of superdeep penetration of particles into a metal target // Journal of Applied Mechanics and Technical Physics. – 2000. – Vol. 41. – No. 2.

7. Вальчук В.В., Халиков С.В., Яловец А.П. Моделирование воздействия интенсивных потоков заряженных частиц на слоистые мишени // Мат. моделирование. – 1992. – Т. 4, № 10. – С. 111–123.

8. Колгатин С.Н., Хачатурьянц А.В. Интерполяционные уравнения состояния металлов // Теплофизика высоких температур. Т. 20. – М., 1983. – № 3. – С. 447–451.

9. Яловец А.П. Расчёт течений среды при воздействии интенсивных потоков заряженных частиц. // Прикладная механика и техническая физика. – 1997. – Т. 38, № 1. – С. 151–166.

10. Podurets M.A., Simakov G.V., Trunin R.F. Shock compressibility of quartz in mixture with aluminium // Известия Академии наук СССР. Физика Земли. – 1988. – No. 4. С. 28–32.

11. Voskoboinikov M. Hugoniot Adiabats of a Quartz–Aluminum Mixture // Combustion, Explosion and Shock Waves. – 2007. – Vol. 43, No. 2. – P. 222–224.

Получено 21.03.2011