

УДК 531/534:57+612.7

## **МНОГОЗВЕННАЯ ТРЕХМЕРНАЯ МОДЕЛЬ ПЛАВАНИЯ МИКРООРГАНИЗМОВ**

**Н.М. Кислухин, М.А. Марценюк, Д.Б. Бекурин**

Кафедра компьютерных систем и телекоммуникаций Пермского государственного университета, Россия, 614990, Пермь, ул. Букирева, 15, e-mail: mrcn@psu.ru

**Аннотация.** Построена многозвенная трехмерная модель плавания микроорганизмов. Животное представлено как система связанных между собой эллипсоидов. Форма животного (параметры формы) определяется длинами связей, взаимной ориентацией эллипсоидов и их геометрическими размерами. Для указанной модели построена теория, позволяющая вычислить поступательное и угловое смещение животного по заданному изменению формы. Разработана процедура, рассчитывающая положения, линейные и угловые скорости частей модели. С помощью созданной компьютерной программы исследованы сценарии плавания простейших микроорганизмов – амебы, циклопа и эвглены.

**Ключевые слова:** плавание микроорганизмов, плавание в вязкой жидкости, малые числа Рейнольдса.

### **Введение**

Механика плавания живых организмов является одной из важных проблем в области биомеханики в общем контексте [1-3]. В последнее время в исследованиях биомеханики плавания микроорганизмов получены значительные результаты. Во-первых, в работах Шапера и Вильчека [4-5], Парсела [6] и других [7] была разработана калибровочная теория плавания. Оказалось, что в рамках гидродинамического приближения Стокса изменение внешней формы микроорганизма, позволяющее ему перемещаться в вязкой жидкости, может быть интерпретировано как база расслоенного пространства, а шестимерное пространство, описывающее положение и поворот, играет роль слоя. Благодаря этому достигнуто глубокое понимание механизма плавания.

Во-вторых, развитые в работах Эхлера, Монтомгери, Коиллера [8-14] и других численные методы позволяют детально рассмотреть механизмы плавания. Однако большая часть работ, в которых рассмотрены модели микроорганизмов, близких к реальности, относятся к 2- или 3-звенным двумерным моделям [14]. В других работах конкретные приложения касаются либо гантелеобразных частиц [15], либо слабдеформированной частицы [4].

Целью данной работы является построение более реалистичных моделей плавания микроорганизмов со сложной формой. Мы представляем микроорганизм как многозвенную систему эллипсоидов. Модель допускает изменение формы эллипсоидов, их взаимные повороты и растяжение связей между ними. Однако мы не учитываем гидродинамическое взаимодействие эллипсоидов. Это ограничивает

применимость модели на случай малых углов поворота эллипсоидов так, чтобы не происходило «затенения» одного эллипсоида другим. Впрочем, выбранных параметров (формы эллипсоидов и углов) может оказаться достаточно для большинства практически важных случаев.

В первой части работы описывается метод построения многозвенной трехмерной модели. Во второй части рассматриваются основные алгоритмы плавания.

### Модель

Считается, что плывущий организм можно представить в виде системы стержней, в узлах которой могут находиться эллипсоиды вращения. Построение модели – сложная процедура, осуществляемая в несколько этапов:

1. Животное представляется в виде кинематической схемы. На данном этапе учитываются все подвижные части тела и сочленения.
2. В узлы системы помещаются эллипсоиды вращения, параметры которых учитывают геометрические размеры моделируемого организма.
3. Каждому эллипсоиду сопоставляются два тензора трения (ориентации и вращения), вычисляемые по известным формулам гидродинамического сопротивления, и имеющие вид [16]:

$$\begin{aligned}
 K &= 16\pi abc \left( \frac{ii}{\chi_0 + a^2\alpha_0} + \frac{jj}{\chi_0 + b^2\beta_0} + \frac{kk}{\chi_0 + c^2\gamma_0} \right), \\
 M &= \frac{16\pi abc}{3} \left( \frac{ii}{b^2\beta_0 + c^2\gamma_0} + \frac{jj}{c^2\gamma_0 + a^2\alpha_0} + \frac{kk}{a^2\alpha_0 + b^2\beta_0} \right), \\
 \alpha_0 &= abc \int_0^\infty \frac{d\lambda}{(a^2 + \lambda)\Delta}, \beta_0 = abc \int_0^\infty \frac{d\lambda}{(b^2 + \lambda)\Delta}, \gamma_0 = abc \int_0^\infty \frac{d\lambda}{(c^2 + \lambda)\Delta}, \\
 \chi_0 &= abc \int_0^\infty \frac{d\lambda}{\Delta}, \Delta = \sqrt{(a^2 + \lambda)(b^2 + \lambda)(c^2 + \lambda)},
 \end{aligned} \tag{1}$$

где  $a, b$  и  $c$  – полуоси эллипсоида в направлениях осей  $x, y$  и  $z$ , соответственно,  $\alpha_0, \beta_0, \gamma_0$  и  $\chi_0$  – коэффициенты, зависящие от  $a, b$  и  $c$ ,  $i, j$  и  $k$  – единичные векторы, направленные по главным осям эллипсоида.

4. Для построенной модели применяются различные сценарии движения.

В качестве примера приведем построение модели микроорганизма *Amoeba Centalis* (амеба) (рис. 1). Известно, что средние размеры амебы составляют 0,5 мм. Построим модель амебы, состоящую из пяти эллипсоидов, как изображено на рисунке, и рассчитаем коэффициенты трения (таблица).

Анализируя данные биомеханических наблюдений, можно построить сценарий движения амебы. Пусть организм двигается в направлении эллипсоида 5. Как известно, амеба движется, «перетекая» из одного положения в другое, т.е. эллипсоиды 2 и 4 уменьшаются и длина их связей уменьшается, а эллипсоиды 1 и 5 увеличиваются и длина их связей увеличивается и т.д. Ниже подробно рассмотрена упрощенная модель движения амебы, см. пример 1.

Модель допускает изменение формы эллипсоидов и их взаимные повороты. Для вычисления смещения и поворота модели как целого (что будет рассмотрено ниже) нам необходимо разработать процедуры вычисления скоростей перемещения и поворота отдельных ее частей. Кроме того, необходимо вычислить матрицу гидродинамического сопротивления для каждой формы модели.

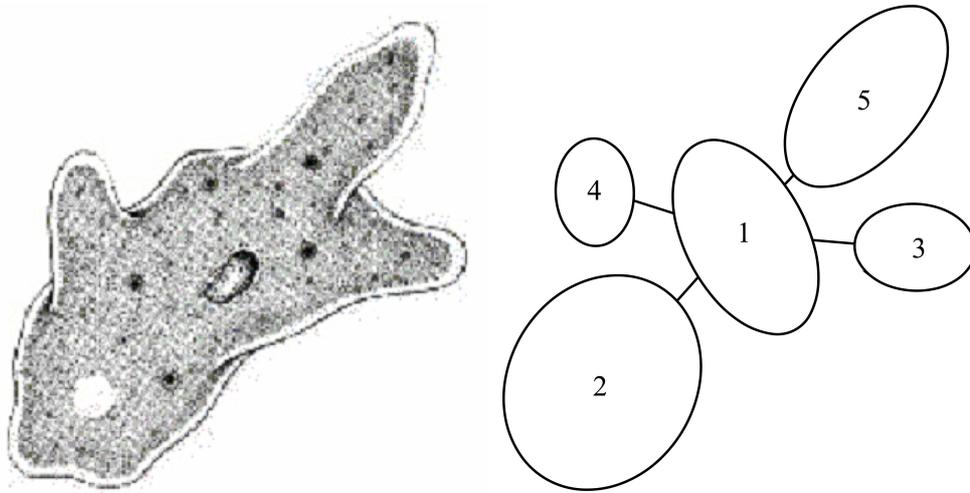


Рис. 1. *Амоeba Centalis* и ее модель

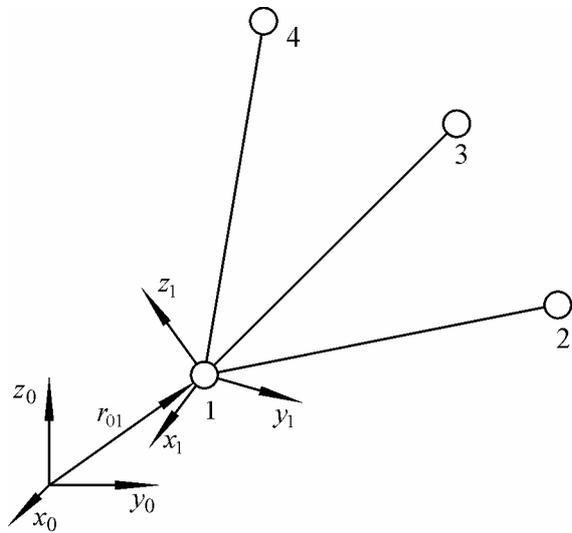


Рис. 2. Определение положения узла

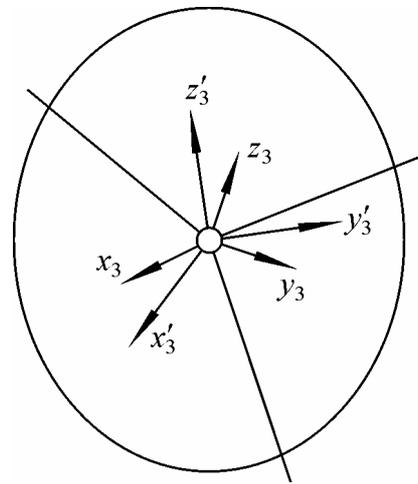


Рис. 3. Эллипсоид, расположенный в узле

Таблица

Параметры модели

№	$a$ , см	$b$ , см	$c$ , см	$K_1$ , см	$K_2$ , см	$K_3$ , см	$M_1$ , см <sup>3</sup>	$M_2$ , см <sup>3</sup>	$M_3$ , см <sup>3</sup>
1	0,030	0,030	0,020	48,83	48,83	52,89	35,26	35,26	30,24
2	0,040	0,040	0,030	67,73	67,73	71,7	47,8	47,8	42,8
3	0,015	0,015	0,010	24,4	24,4	26,4	17,6	17,6	15,1
4	0,015	0,015	0,010	24,4	24,4	26,4	17,6	17,6	15,1
5	0,035	0,035	0,020	54,3	54,3	60,6	40,4	40,4	32,8

Итак, любой узел является твердым телом, имеющим в свободном движении шесть степеней свободы, следовательно, его положение относительно лабораторной системы координат задается шестью параметрами  $q_1, q_2, \dots, q_6$ .

Рассмотрим определение положения некоторого произвольно заданного узла, которому присвоим индекс  $i = 1$  (рис. 2).

Если с узлом 1, положение которого необходимо определить, жестко связать систему координат  $O_1x_1y_1z_1$ , то поставленную задачу о положении звена можно определить как задачу о взаимном расположении системы координат, жестко связанной с узлом, и лабораторной системы координат  $O_0x_0y_0z_0$  (Л-системы). Тогда параметры  $q_i$  можно интерпретировать следующим образом:

$$q_1 = x, q_2 = y, q_3 = z \quad (2)$$

– координаты начала  $O_1x_1y_1z_1$  в Л-системе, а

$$q_4 = \theta, q_5 = \phi, q_6 = \psi \quad (3)$$

– углы, задающие ориентацию системы координат  $O_1x_1y_1z_1$  относительно Л-системы (например, углы Эйлера), т.е. в совокупности

$$q = (z, y, z, \theta, \phi, \psi). \quad (4)$$

Используя координаты  $q_1, q_2, \dots, q_6$ , можно записывать формулы для перехода от одной системы координат к другой путем преобразований вращения и переноса. Оба эти преобразования задаются одной матрицей. Выберем произвольную точку эллипсоида  $a$ . Преобразование может быть задано с помощью матрицы  $T$ .

Матрица  $T$  размером  $4 \times 4$ , задающая как преобразование вращения (поворота), так и преобразование переноса для однородных координат, имеет вид

$$T = \left[ \begin{array}{ccc|c} \tau_{11} & \tau_{12} & \tau_{13} & r_1 \\ \tau_{21} & \tau_{22} & \tau_{23} & r_2 \\ \tau_{31} & \tau_{32} & \tau_{33} & r_3 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right] = \left[ \begin{array}{c|c} \tau & r \\ \hline 0 & 1 \end{array} \right], \quad (5)$$

где  $\tau$  — матрица размером  $3 \times 3$ , задающая преобразование вращения для декартовых координат (например, через углы Эйлера), а  $r$  – вектор-столбец размером  $3 \times 1$ , задающий начало координат  $O_1x_1y_1z_1$  относительно Л-системы.

Таким образом, преобразование переноса и поворота можно определить одним матричным преобразованием

$$a = Ta'. \quad (6)$$

Такое представление можно использовать для задания положения узлов относительно друг друга. Конечно, такое определение избыточно, так как матрица  $T$  имеет шестнадцать элементов, хотя, как было сказано выше, было бы достаточно шести. Однако этот недостаток компенсируется следующими преимуществами:

1. Исключается необходимость раздельного рассмотрения операций вращения и переноса, так как представление (5) совмещает их.
2. Появляется возможность использовать аппарат теории матриц.

Вообще, выбор относительной системы отсчета условен. Он зависит от постановки задачи и подчинен основной цели – максимальному упрощению ее

решения. В то же время очевидно, что вид матрицы  $T$  существенно зависит от выбора представления положений систем координат узлов.

Рассмотрим узлы, связанные с 1-м узлом одним звеном. Присвоим им индексы 2, 3 и 4 и будем называть *узлами первого уровня*. Как и для узла 1, введем в каждом узле первого уровня собственную систему координат. Положение узлов первого уровня и ориентацию соответствующих осей координат будем задавать не относительно Л-системы, а относительно системы координат  $O_1x_1y_1z_1$ , связанной с 1-м узлом, причем направление осей координат будем выбирать не произвольно, а некоторым определенным образом. Опишем построение нашей системы координат на примере узла 2 с помощью алгоритма, состоящего в выполнении следующей последовательности шагов (рис. 4):

1. Построение  $z_2$ . Направить  $z_2$  по линии связи, заданной вектором  $\vec{r}_{12}$ .
2. Построение  $x_2$ . Направить  $x_2$  таким образом, чтобы она была одновременно перпендикулярна  $z_1$  и  $z_2$ .
3. Построение  $y_2$ . Направить  $y_2$  таким образом, чтобы система  $O_2x_2y_2z_2$  была правосторонней.
4. Выбор начала координат. Транслировать систему координат  $O_2x_2y_2z_2$  вдоль вектора  $\vec{r}_{12}$ .

Теперь необходимо определить параметры, которые будут определять положение системы координат  $O_2x_2y_2z_2$  относительно  $O_1x_1y_1z_1$ . Параметром  $l_2$  будем определять расстояние от начала  $O_1x_1y_1z_1$  до начала  $O_2x_2y_2z_2$ . С помощью трех углов Эйлера  $\theta_2, \phi_2, \psi_2$  будем определять поворот систем относительно друг друга. Описанный алгоритм имеет рекурсивный характер, т.е. позволяет строить системы координат, передвигаясь от звена к звену. Например, положение системы координат узла 3 будет определено относительно  $O_2x_2y_2z_2$  параметрами  $\theta_3, \phi_3, \psi_3, l_3$  и т.д. Четыре параметра  $\theta, \phi, \psi, l$  полностью задают расположение каждого узла относительно предыдущего. Здесь нет противоречия с утверждением, что положение твердого тела задается шестью параметрами, так как в данном случае на перемещение узла наложены ограничения с помощью связей. Для полного решения поставленной задачи необходимо определить положение каждого узла в Л-системе. Если задать некоторую точку  $i$ -го звена вектором  $r_i(x_i, y_i, z_i, l)$  размером  $4 \times 1$  из декартовых координат в  $i$ -й системе координат, то по (6) при переходе к  $i-1$ -й системе получим

$$r_{i-1} = T_i r_i. \quad (7)$$

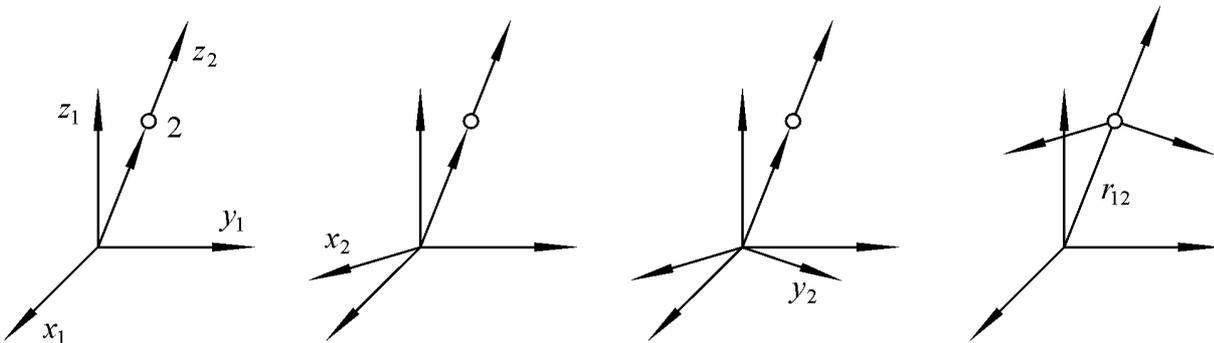


Рис. 4. Алгоритм создания системы координат  $O_2x_2y_2z_2$

Аналогично, переход от  $i-1$ -го звена к  $i-2$ -му будет определяться соотношением

$$r_{i-2} = T_{i-1}r_{i-1}. \quad (8)$$

Подставляя (7) в (8), получим

$$r_{i-2} = T_{i-1}T_i r_i. \quad (9)$$

Нетрудно заметить, что от любой системы координат, связанной с отдельным звеном, можно перейти к Л-системе следующим образом:

$$r_0 = T_1 T_2 \dots T_i r_i, \quad (10)$$

или

$$r_0 = \Gamma r_i, \quad (11)$$

где

$$\Gamma = T_1 T_2 \dots T_i. \quad (12)$$

Матрица  $\Gamma_i$  есть матрица размером  $4 \times 4$  преобразования координат при переходе от системы координат, связанной с  $i$ -м звеном, к Л-системе. В левом верхнем углу этой матрицы расположена матрица размером  $3 \times 3$  поворота при переходе от  $i$ -й системы координат, а в правом верхнем углу вектор  $l_i$  размером  $3 \times 1$ , задающий положение начала координат  $i$ -й системы в Л-системе. На основании принятой расчетной схемы отыскания координат положение любой точки модели относительно Л-системы сводится к определению координат заданной точки для собственной подвижной системы координат  $O_i x_i y_i z_i$  и последующего перехода из одной системы координат в другую путем поворота осей координат и параллельного переноса точек начала координат (переход «вниз» по дереву). Переход может также быть осуществлен в обратном порядке: от  $i$ -й системы координат в  $i+1$ -ю. Действительно, из уравнения (6) видно, что

$$a' = T^{-1} a. \quad (13)$$

Общее правило для перехода «вверх» по дереву определяется уравнением:

$$r_i = \Lambda r_0, \quad (14)$$

где

$$\Lambda = \Gamma^{-1} = T_1^{-1} T_2^{-1} \dots T_i^{-1}. \quad (15)$$

Усложним задачу, поместив в некоторый узел, например, 3, эллипсоид  $m_3$ . Пусть эллипсоид имеет три вращательных степени свободы, то есть может свободно вращаться в узле (рис. 3). Поставим задачу определения положения любой точки эллипсоида  $m_3$  в Л-системе. Разработанная расчетная схема хорошо накладывается и на этот случай. Жестко свяжем с эллипсоидом  $m_3$  собственную систему координат  $O_3 x'_3 y'_3 z'_3$ . По условию, ее начало совпадает с началом  $O_3 x_3 y_3 z_3$ , заданной в узле. Определив с помощью трех углов Эйлера поворот систем относительно друг друга, мы можем ввести преобразование  $T'_3$ , переводящее координаты из  $O_3 x'_3 y'_3 z'_3$  в  $O_3 x_3 y_3 z_3$ . Очевидно, что положение точки эллипсоида  $m_3$ , заданной относительно связанной с ним системы координат  $O_3 x'_3 y'_3 z'_3$ , будет выглядеть следующим образом:

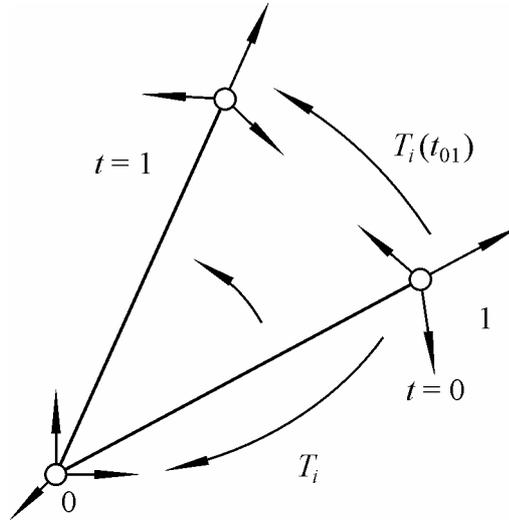


Рис. 5. Вычисление смещения и поворота узла

$$r_0 = T_1 T_2 T_3 T'_3 r_{m3}. \quad (16)$$

Для решения различных задач динамики систем связанных тел необходимо знать смещение и поворот каждого узла в каждый момент времени. Как было показано выше, положение каждого узла задается в системе координат, связанной с предыдущим узлом, но для решения задач о движении системы в целом нам необходимо вычислить смещение и поворот узлов относительно какой-то одной системы. Как правило, в роли такой системы выступает Л-система. Итак, нам необходимо, зная приращения координат некоторого  $i$ -го узла  $\theta_i, \phi_i, \psi_i, l_i$  получить смещение в декартовых координатах  $\Delta x_i, \Delta y_i, \Delta z_i$ , мгновенную ось поворота и значение угла поворота  $\vec{n}_i$  относительно Л-системы. Для решения задачи удобно манипулировать не значениями координат некоторого узла, а матрицами преобразования систем координат, связанных с  $i$ -м узлом, в Л-систему  $T_i$ .

Вид матрицы  $T_i$  зависит от значений  $\theta_i, \phi_i, \psi_i, l_i$ . Пусть нам известны матрицы преобразования в момент времени  $t_0$  —  $T_i^0$  и момент времени  $t_1$  —  $T_i^1$  (рис. 5), т.е.

$$r_0(t_0) = T_i^0 r_i(t_0), \quad r_1(t_1) = T_i^1 r_i(t_1). \quad (17)$$

Таким образом, смещение  $i$ -го узла может быть получено как

$$\Delta \vec{r} = \vec{r}(t_1) - \vec{r}(t_0). \quad (18)$$

Поворот узла заключается в том, что оси системы координат  $O_i x_i y_i z_i$ , связанной с  $i$ -м узлом, в момент времени  $t_1$  повернуты относительно своего положения в момент времени  $t_0$ . Как было замечено выше, положение осей системы координат, связанной с узлом, определяется матрицей  $T_i$ . Переход из одной системы координат в другую можно определить с помощью матрицы вида (5). Пусть  $T_i(t_{01})$  — матрица преобразования координат, связывающая два положения системы координат в разные моменты времени  $t_0$  и  $t_1$ :

$$T_i^1 = T_i(t_{01}) T_i^0, \quad (19)$$

откуда

$$T_i(t_{01}) = (T_i^0)^{-1} T_i^1. \quad (20)$$

Очевидно, что поворот системы координат определяется с помощью матрицы  $T_i(t_{01})$ . Действительно, согласно (6) из  $T_i(t_{01})$  можно выделить вращательную составляющую, из которой легко получить вектор оси поворота и значение угла поворота.

Принятая расчетная схема может быть использована для компьютерного моделирования. Для реализации подобной структуры достаточно создать класс, представляющий собой узел структуры, который имеет четыре числовых параметра (три значения угла и длину связи) и еще один член – ссылку на предыдущий узел. Этих данных хватает для расчета структур любой сложности, что используется нами в созданной компьютерной программе.

### Основные алгоритмы плавания

Основное уравнение плавания тела в вязкой жидкости (закон Стокса) имеет вид [17]:

$$\begin{pmatrix} F \\ L \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} K & L \\ L^T & M \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V \\ \Omega \end{pmatrix}, \text{ или } f = RW, \quad (21)$$

где  $W$  – винтовая матрица скорости,  $f$  – матрица скручивающих усилий, а  $R$  – матрица гидродинамического сопротивления. Матрица гидродинамического сопротивления зависит от форм и размеров частиц и их положения и ориентации относительно друг друга. Матрица скручивающих усилий зависит не только от форм и положений частиц, но и от их линейных и угловых скоростей. Зная формы, положения, ориентации и скорости частиц (получаемые благодаря приведенной выше расчетной процедуре), мы можем найти винтовую матрицу скорости, или смещение и поворот модели как целого

$$W = R^{-1} f. \quad (22)$$

При рассмотрении плавания моделей организмов нас будут интересовать, прежде всего, матрица сопротивления объекта, а также сила и момент, действующие на него со стороны жидкости. Их произведение определяет смещение и поворот объекта как целого.

### Пример 1 (упрощенная модель *Amoeba Centalis*)

Модель состоит из двух тел, соединенных стержнем. Стержень может изменять длину, а тела – изменять свои радиусы под действием внутренних сил. Алгоритм движения представлен по шагам на рис. 6. Увеличение и уменьшение радиусов тел, входящих в модель, не представляют для нас интереса, так как при этом положение и ориентация модели остаются неизменными. Наиболее характерными для этой модели являются процессы удлинения и укорачивания стержня. Дело в том, что при изменении длины стержня одно из тел имеет меньший радиус, следовательно, на него действует меньшая сила со стороны жидкости, чем на второе. Сочетая изменение длины стержня и изменения радиусов тел, можно добиться смещения тела за цикл. Для двух

характерных движений приведем значения матриц сопротивления и сил, действующих на объект. Вектор момента для обоих движений равен нулю.

Удлинение стержня

$$R_0 = \begin{bmatrix} 23,5 & 0 & 0 & 0 & 37 & 0 \\ 0 & 23,5 & 0 & -37 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 23,5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -37 & 0 & 325 & 0 & 0 \\ 37 & 0 & 0 & 0 & 325 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 325 \end{bmatrix}. \quad (23)$$

Сила, действующая на объект при удлинении стержня, равна

$$F_0 = (0; 0; 0,75). \quad (24)$$

Укорачивание стержня:

$$R_1 = \begin{bmatrix} 23,5 & 0 & 0 & 0 & 74 & 0 \\ 0 & 23,5 & 0 & -74 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 23,5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -74 & 0 & 325 & 0 & 0 \\ 74 & 0 & 0 & 0 & 325 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 325 \end{bmatrix}. \quad (25)$$

Сила, действующая на объект при укорачивании стержня:

$$F_1 = (0; 0; -0,30). \quad (26)$$

Подобный вид движения используется микроорганизмом *Amoeba Centalis*.

### Пример 2 (упрощенная модель *Cyclopus*)

Пусть модель состоит из трех частей – основного тела и двух симметричных конечностей (рис. 7). Конечности могут изменять свою форму, в этом заключается возможность объекта перемещаться как целое в жидкости. Условно разделим процесс движения данного организма на две фазы: толчок и возврат в первоначальное состояние. Толчок выполняется распрямыми конечностями, а возврат в первоначальное состояние в той форме, которая обеспечит минимальное сопротивление жидкости. Интуитивно понятно, что при толчке тело сдвинется вперед на большее расстояние, чем сдвинется в обратную сторону при возврате в первоначальное состояние. Приведем вычисленные значения матриц сопротивления и сил, действующих на объект. Моменты в данной задаче компенсируют друг друга и здесь не приводятся.

Гребок вперед

$$R_0 = \begin{bmatrix} 75,4 & 0 & 0 & 0 & -96 & 0 \\ 0 & 75,4 & 0 & 96 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 75,4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 96 & 0 & 590 & 0 & 0 \\ -96 & 0 & 0 & 0 & 490 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 313 \end{bmatrix}. \quad (27)$$

Сила:

$$F_0 = (0; 0; -0,48). \quad (28)$$

Возврат в начальное состояние:

$$R_1 = \begin{bmatrix} 75,4 & 0 & 0 & 0 & 32,7 & 0 \\ 0 & 75,4 & 0 & -32,7 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 75,4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -32,7 & 0 & 364 & 0 & 0 \\ 32,7 & 0 & 0 & 0 & 270 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 307 \end{bmatrix}. \quad (29)$$

Сила:

$$F_1 = (0; 0; 0,10). \quad (30)$$

Видно, что при толчке сопротивление больше, а, следовательно, больше и сила, действующая на объект как целое. В итоге при толчке тело смещается вперед на большее расстояние, чем в обратную сторону при возврате в первоначальное состояние. Похожий вид движения наблюдается у *Cyclopus*. Конечности асинхронно выполняют циклическое движение, подобное описанному, двигая организм как целое поступательно.

### Пример 3 (упрощенная модель *Euglena viridis*)

Как видно из уравнения (5), существует управление, которое может преобразовать вращательное движение частей объекта в его поступательное перемещение как целого. Модель состоит из трех частей (рис. 8) — основного тела и двух конечностей, которые могут поворачиваться вокруг оси, соединяющей их с основным телом. В начальный момент времени объект обладает *хиральной* формой (которая напоминает гребной винт), что обеспечивает преобразование вращательного движения в поступательное. Особое внимание следует обратить на матрицу сопротивления, точнее на ее составляющие  $L$  и  $L^T$ .

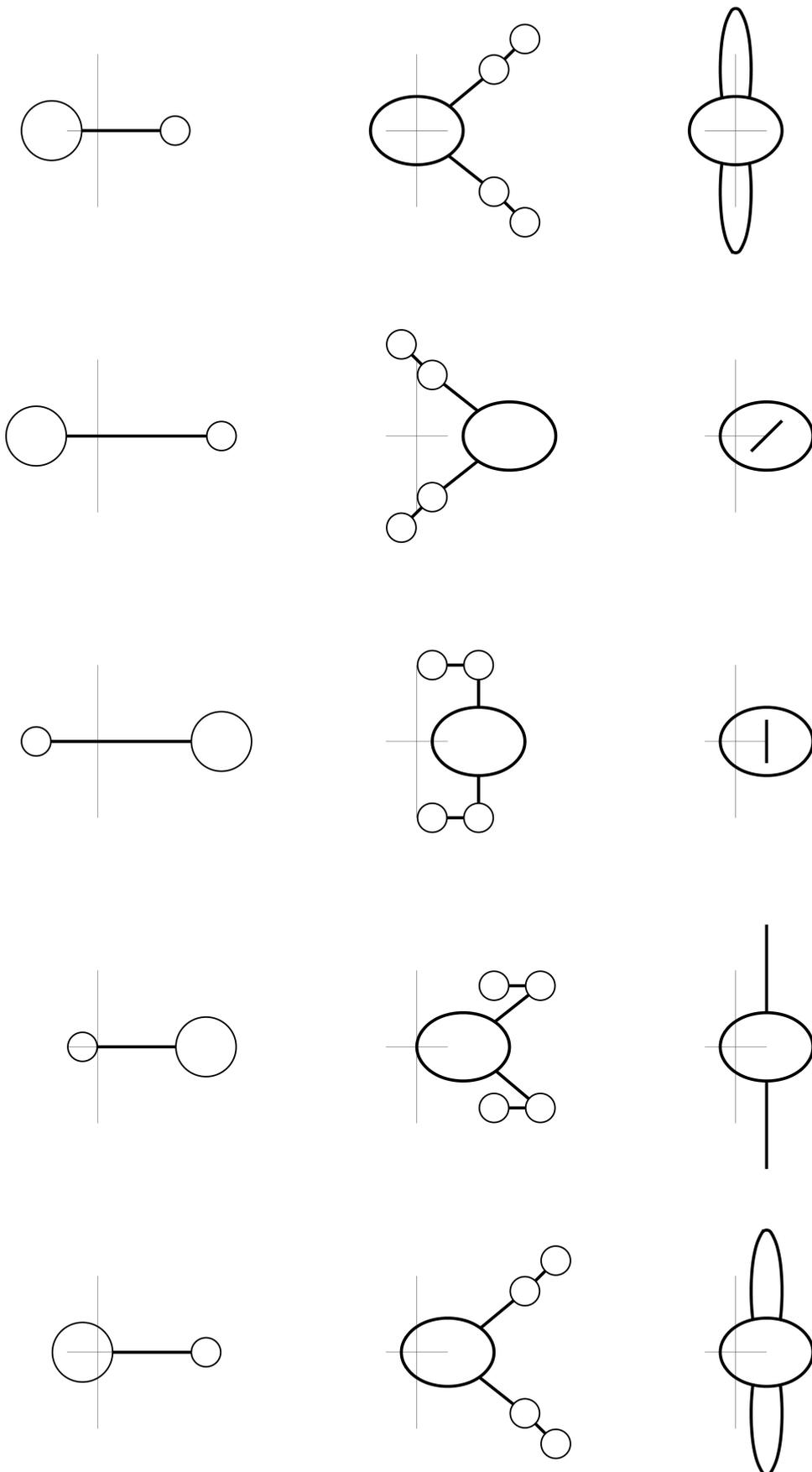


Рис. 6. Модель 1

Рис. 7. Модель 2

Рис. 8. Модель 3

Скручивание:

$$R_0 = \begin{bmatrix} 88,4 & 0 & 0 & -98 & 0 & 0 \\ 0 & 51,1 & 0 & 0 & 98 & 0 \\ 0 & 0 & 131,9 & 0 & 0 & 0 \\ -98 & 0 & 0 & 1278 & 0 & 0 \\ 0 & 98 & 0 & 0 & 620 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1382 \end{bmatrix}. \quad (31)$$

Возврат в начальное состояние:

$$R_0 = \begin{bmatrix} 64,1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 75,4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 131 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1583 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 315 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1382 \end{bmatrix}. \quad (32)$$

При скручивании вращательное движение частей тела преобразуется в поступательное движение всего объекта как целого за счет особого вида матрицы сопротивления. При возврате в первоначальное состояние преобразования вращательного движения в поступательное не происходит.

Подобный вид движения используется микроорганизмом *Euglena viridis*, особым образом скручивая и распрямляя свой жгутик.

### Заключение

Таким образом, развитая в работе теоретическая модель и построенная на ее основе компьютерная программа позволяет рассматривать различные сценарии плавания микроорганизмов. В дальнейшем мы предполагаем включить в программу нейросетевой блок, который будет управлять движением животного, решая задачу достижения цели.

### Список литературы

1. Littlejohn R. G., Reinsch M. Gauge fields in the separation of rotations and internal motions in the n-body problem // Reviews of Modern Physics. 1997. Vol. 69. No. 1. P. 213-275.
2. Глазеп P. Очерк основ биомеханики. М.: Мир, 1988.
3. Fung Y.C. Biomechanics. Motion, Flow, Stress, and Growth. New-York: Springer-Verlag, 1990.
4. Shapere A., Wilczek F. Efficiencies of self-propulsion at low Reynolds number // J. Fluid Mechanics. 1989. Vol. 198. P. 587-599.
5. Shapere A., Wilczek F. Geometry of self-propulsion at low Reynolds number // J. Fluid Mechanics. 1989. Vol. 198. P. 557-585.
6. Purcell E.M. Life at low Reynolds number // American Journal of Physics. 1977. Vol. 45. No. 1. P. 3-11.
7. Pedley T.J., Kessler J.O. Hydrodynamic phenomena in suspensions of swimming microorganism // Annu. Rev. Fluid Mech. 1992. Vol. 24. P. 313-58.
8. Ehlers K., Koiller J. Optimal gaits and efficiencies in microswimming. <http://w3.impa.br/~jair/>

9. *Koiller J., Delgado J.* On efficiency calculations for nonholonomic locomotion problems: an application to microswimming. <http://w3.impa.br/~jair/>
10. *Ehlers K., Aravinthan D., Howard C. and Montgomery R.* Do cyanobacteria swim using traveling surface waves? // Proc. Natl. Acad. Sci. USA. Biophysics. 1996. Vol. 93. P. 8340–834.
11. *Koiller J., Montgomery R., Ehlers K.* Problems and progress in Microswimming // J. Nonlinear Science. 1996. Vol. 6. P. 507-541.
12. *Kessler J.O., Strittmatter R.P., Swartz D.L., Wiseley D.A., Wojciecowski M.F.* Paths and patterns: the biology and physics of swimming bacterial populations. Biological Fluid Dynamic Symposia of the Society for experimental biology. Number XLIX, 1995. Ed. By C.P.Ellington, T.J.Pedley.- Cambridge UK- Company of Biologist Ltd. P. 91-107, 1995.
13. *Koehl M.A.R.* Fluid flow through hair-bearing appendages: feeding, smelling and swimming at low and intermediate Reynolds numbers. Biological Fluid Dynamic Symposia of the Society for experimental biology. Number XLIX, 1995. Ed. By C.P.Ellington, T.J.Pedley.- Cambridge UK- Company of Biologist Ltd. P. 157-182, 1995.
14. *Ehlers K.* The geometry of swimming and pumping at low Reynolds number, PhD Thesis, Univ. of Calif., Santa Cruz, 1995.
15. *Ehlers K., Cherman A., Koiller J., Delgado J., Montgomery R., Duda F.* Low Reynolds number swimming in two dimensions <http://w3.impa.br/~jair/>
16. *Бекурин Д.Б., Марценюк М.А.* Теория самодвижения деформирующейся частицы при малых числах Рейнольдса // Вестник Пермского Университета. 2000. Вып. 3. С. 80-86.
17. *Ханпель Дж., Бреннер Г.* Гидродинамика при малых числах Рейнольдса. М.: Мир, 1976.

## MULTIJOINT 3-DIMENSIONAL MODEL OF SWIMMING OF MICROORGANISMS

**N.M. Kislookhin, M.A. Martsenyuk, D.B. Bekurin (Perm, Russia)**

Multijoint 3-dimensional model of swimming of microorganisms is developed. Animal is represented as a system of the ellipsoids connected by joints with each other. The microorganism's shape is parameterized by mutual arrangements and orientations of ellipsoids and their geometrical sizes. The animal can swim iterating through the sequence of shape deformations. Translational and angular movements of the animal are calculated within the framework of the given model. The appropriate computer procedures were designed and computer simulations of some gaits of the swimming of microorganisms (amoeba, cyclop and euglena) are considered.

**Key words:** swimming of microorganisms, swimming in viscous fluid, low Reynolds number.

*Получено 10 июня 2004*