



УДК 531/534: [57+61]

ОБ ОДНОМ МЕТОДЕ ИДЕНТИФИКАЦИИ СВОЙСТВ МНОГОСЛОЙНЫХ МЯГКИХ БИОЛОГИЧЕСКИХ ТКАНЕЙ

И.В. Богачев, А.О. Ватульян, В.В. Дударев

Кафедра теории упругости Южного федерального университета, Россия, 344090, Ростов-на-Дону, ул. Мильчакова, 8а, e-mail: bogachev89@yandex.ru

Аннотация. Рассмотрена обратная задача идентификации неоднородных свойств трехслойной вязкоупругой ткани, моделирующей кожный покров, на основе анализа акустического отклика на верхней границе слоя при возбуждении в нем сдвиговых колебаний. Кожный покров моделировался вязкоупругим слоем, в свою очередь, состоящим из трех вязкоупругих слоев, моделирующих подкожный жир, дерму и эпидермис. Сформулированы определяющие соотношения и граничные условия. На основе процедуры осреднения двумерную задачу удается свести к одномерной, для которой построены операторные соотношения для прямой и обратной задач. Представлен итерационный процесс, на каждом шаге сочетающий решение интегральных уравнений Фредгольма 1-го и 2-го рода, решаемых численно на основе метода коллокаций и регуляризационного метода Тихонова. Для построения итерационного процесса использован метод линеаризации. Приведен ряд вычислительных экспериментов по восстановлению комплексных характеристик исследуемого слоя, имеющих точки разрыва первого рода. Дополнительно исследовано влияние низкомолекулярного слоя, моделирующего подкожный жир, на общее качество идентификации характеристик на основе анализа амплитудно-частотных характеристик.

Ключевые слова: биомеханика кожи, вязкоупругость, комплексные модули, обратные задачи, идентификация, итерационные процессы, некорректные задачи.

ВВЕДЕНИЕ

Моделирование тканей и органов, проведение ортопедических операций на основе замещающих искусственных фрагментов, описание биологических процессов роста, регенерации требует знания механических характеристик тканей. Биологические ткани в настоящее время исследуются различными способами, причем в связи со спецификой приложений наибольший интерес представляют методы, не повреждающие и не разрушающие ткань. Для исследования свойств биологических тканей в настоящее время применяются акустические методы анализа и модели, созданные для упругих, вязкоупругих, пороупругих материалов, в том числе и неоднородных.

Анализ состояния кожного покрова, который, в отличие от внутренних органов, доступен для непосредственного контакта, является одним из важнейших методов современной диагностики состояния здоровья пациента. Изменение вязкоупругих свойств в ряде случаев может быть связано с патологией внутренних органов человека,

© Богачев И.В., Ватульян А.О., Дударев В.В., 2013

Богачев Иван Викторович, аспирант кафедры теории упругости, Ростов-на-Дону

Ватульян Александр Ованесович, д.ф.-м.н., профессор, заведующий кафедрой теории упругости, Ростов-на-Дону

Дударев Владимир Владимирович, ассистент кафедры теории упругости, Ростов-на-Дону

например, на определенной стадии заболевания почек появляется отек кожи, а степень и динамика его развития свидетельствуют о тяжести патологии [4]. В таких случаях полезно иметь объективные значения параметров, характеризующих вязкоупругие свойства, которые врач в силу своих субъективных ощущений дать не может. Также стоит отметить, что большинство методов исследования механических свойств биологических тканей основано на использовании мертвых образцов, но, как известно, свойства живых и мертвых биологических тканей существенно различаются.

В литературе представлен широкий спектр работ, связанных с задачами идентификации характеристик мягких биологических тканей на основе моделей вязкоупругости. В работе [14] был проведен анализ экспериментальных данных для определения действительной и мнимой частей комплексного модуля. Эксперимент основывался на распространении сдвиговой волны через кожу. Кожа была представлена как один изотропный вязкоупругий слой.

В исследовании [13] приведены результаты использования различных видов экспериментов для идентификации коэффициентов той или иной модели. Рассмотрены проблемы идентификации параметров классических моделей Максвелла, Кельвина, модели стандартного вязкоупругого тела. Также произведен эксперимент с отрезком аорты, свойства которого исследовались при растяжении и кручении.

Для медицины значительный интерес представляют задачи, связанные с проведением пластических операций. Например, в статье [12] рассмотрены задачи натяжения кожи при проведении операции по лифтингу. Приведен анализ самых распространенных моделей и сделан вывод о том, что наиболее адекватно поведение реальной кожи описывают модель Кельвина и пятипараметрическая модель Бранкова, однако для моделирования выбрана модель Кельвина ввиду меньшего количества параметров. Сформулированы условия оптимального натяжения кожи и найден оптимальный режим релаксации напряжений. Эксперименты ставились на растяжение с постоянной скоростью нагружения с последующей релаксацией и на ползучесть. Из анализа результатов экспериментов определены параметры выбранной модели.

В работе [1] на первом этапе кожа моделировалась как несжимаемый упругий изотропный материал. Удельная потенциальная энергия деформации на первом этапе исследования задана в форме двухконстантного потенциала Муни. На втором – с помощью вязкоупругого аналога неогукера тела. Идентификация модуля сдвига производилась на основе минимизации специального функционала, построенного с использованием интегрального оператора для ядра Колтунова.

В исследовании [3] рассмотрена проблема оценки характеристик эластомеров биологического происхождения на примере кожи человека. Приведены диаграммы растяжения и релаксации образцов кожи из области живота. Представлена разработанная авторами математическая модель нелинейного вязкоупругого деформирования кожи, основанная на определении упругого потенциала и экспоненциального ядра релаксации, в которой использован потенциал Огдена, обеспечивающий более точные расчетные оценки напряжений в образце. Предложена методика идентификации параметров разработанной модели.

В работе [8] представлена методика идентификации параметров определяющих соотношений, заключающаяся в сравнении результатов, полученных по введенной гиперупругой модели, с экспериментальными данными для данной ткани. Представленный подход, основанный на комбинированных методах «отжига» и Нелдера–Мида, учитывающий историю нагружения, которая получена из механических испытаний, позволяет находить параметры модели, при которых расхождение теоретической и экспериментальной кривых минимально. Показано, что предложенная схема является надежной и эффективной при исследовании сложного механического поведения тканей и учитывает анизотропию свойств, слабую

сжимаемость, нелинейный упругий отклик и геометрическую нелинейность. Представлены аналитические модели для описания поведения тканей пищевода и периодонта.

Из работ [9, 10] можно выделить несколько основных методов исследования кожного покрова: исследование деформаций кожи при одноосном и двухосном растяжении, кручении, методы вдавливания и всасывания, для которых изготовлены приборы, широко используемые на практике, различные акустические методы, основанные на изучении сдвиговых поверхностных волн. Однако эти приборы, работающие в определенных диапазонах характеристик, не всегда подходят для кожи. Изучение современных методов анализа характеристик кожного покрова показывает, что для объективной их оценки использование только одного метода малоэффективно и для более полного изучения свойств кожи необходимо применять совокупность различных методов.

В настоящей работе рассмотрена задача восстановления свойств неоднородного по толщине вязкоупругого слоя (моделирующего кожный покров), в свою очередь, состоящего из трех слоев, моделирующих подкожный жир, дерму и эпидермис. С помощью процедуры осреднения двумерную задачу удастся свести к более простой одномерной, для которой построена итерационная схема решения, основанная на методе линеаризации и последовательном решении интегральных уравнений Фредгольма 1-го и 2-го рода с применением численного аппарата и использованием регуляризационного метода Тихонова. Представлены результаты вычислительных экспериментов по восстановлению кусочно-непрерывных функций, характеризующих мгновенный и длительный модули, входящие в состав комплексного модуля (аналога модуля упругости). Проведено дополнительное исследование влияния параметров каждого из составных слоев на амплитудно-частотные характеристики.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ. ПОСТРОЕНИЕ ОПРЕДЕЛЯЮЩИХ СООТНОШЕНИЙ

Рассмотрим установившиеся колебания с частотой ω вязкоупругого [7] изотропного неоднородного по толщине слоя, занимающего область $S = \{x_1, x_2 \in (-\infty, \infty), x_3 \in [0, h]\}$ в условиях плоской деформации. Нижняя грань слоя S_1 жестко зашпелена, на части верхней границы S_{20} приложены нагрузки, определяемые вектором \mathbf{p} , где $\mathbf{p} = (p_1, 0, 0)$. Также предполагается, что вязкоупругий слой, в свою очередь, состоит из трех слоев, толщины которых известны. Соответствующие уравнение и граничные условия после отделения временного множителя принимают следующий вид:

$$\begin{aligned} (\mu w_{,1})_{,1} + (\mu w_{,3})_{,3} + \rho \omega^2 w &= 0, \\ w|_{S_1} &= 0, \\ \mu w_{,3}|_{S_2} &= \begin{cases} p, & x_1 \in S_{20} \\ 0, & x_1 \notin S_{20} \end{cases}. \end{aligned} \quad (1)$$

В данной задаче используется модель стандартного вязкоупругого тела, в соответствии в которой $\mu(x_3, i\omega) = \frac{i n \omega \mu_2(x_3) + \mu_1(x_3)}{1 + i n \omega}$ – неизвестная функция комплексного модуля (аналог модуля сдвига), где $\mu_1(x_3)$, $\mu_2(x_3)$ – мгновенный и длительный модули соответственно; n – время релаксации; $\rho(x_3)$ – плотность неоднородного слоя. Введенные функции могут иметь конечное число разрывов первого рода (что моделирует слоистые структуры).

Осредняя введенные в задаче функции по переменной x_1 и проводя несложные преобразования, запишем задачу (1) в виде

$$\begin{aligned} (\mu U_{,3})_{,3} + \rho \omega^2 U &= 0, \\ U|_{x_3=0} &= 0, \quad \mu U_{,3}|_{x_3=h} = \tilde{p}, \end{aligned} \quad (2)$$

где $U(x_3, \omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} w(x_1, x_3, \omega) e^{-i\alpha x_1} dx_1 = \int_{-\infty}^{+\infty} w(x_1, x_3, \omega) dx_1$ при $\alpha = 0$.

Обратная задача состоит в определении либо функций мгновенного и длительного модулей, либо плотности с учетом наличия точек разрыва первого рода на основе анализа физических полей на верхней границе [5]. В данной работе рассмотрена обратная задача реконструкции функций $\mu_1(x_3)$, $\mu_2(x_3)$ и $U(x_3, \omega)$, удовлетворяющих (2), по дополнительной информации

$$U(h, i\omega) = f(\omega), \quad \omega \in [\omega_1, \omega_2]. \quad (3)$$

Обезразмеривая параметры и переменные, входящие в данную задачу, $x = \frac{x_3}{h}$, $u = \frac{U}{h}$, $\kappa^2 = \frac{\rho_0 \omega^2 h^2}{\mu_2(h)}$ и характеристики $r(x) = \rho_0 \rho(x)$, $G(x, i\kappa) = \frac{i\tau \kappa g(x) + h(x)}{1 + i\tau \kappa}$, $g(x) = \frac{\mu_2(x)}{\mu_2(h)}$, $h(x) = \frac{\mu_1(x)}{\mu_2(h)}$, $\tau = n \sqrt{\frac{\mu_2(h)}{\rho_0 h^2}}$, получим следующее уравнение и граничные условия:

$$\begin{aligned} (G(x, i\kappa) u'(x, \kappa))' + \kappa^2 r(x) u(x, \kappa) &= 0, \\ u(0, \kappa) &= 0, \quad G(1, i\kappa) u'(1, \kappa) = 1. \end{aligned} \quad (4)$$

Дополнительное условие примет вид

$$u(1, \kappa) = f(\kappa), \quad \kappa \in [\kappa_1, \kappa_2]. \quad (5)$$

Для произвольных законов изменения $g(x)$, $h(x)$ решение возможно лишь численно с привлечением аппарата численного исследования интегральных уравнений Фредгольма 1-го и 2-го рода. Схожая обратная задача возникает при описании продольных колебаний неоднородного по длине упругого стержня [2]. Решение обратной задачи о реконструкции вязкоупругих характеристик приводит к нелинейной некорректной проблеме, которая может быть исследована с помощью построения итерационного процесса.

Стоит отметить, что подобная задача реконструкции свойств слоя уже решалась ранее в исследовании [6], где для ее решения строился итерационный процесс, аналогичный приведенному в этой работе, однако в вычислительных экспериментах предполагалось, что материальные характеристики моделируются непрерывными функциями. В настоящем исследовании эта же задача рассмотрена в предположении, что характеристики имеют разрывы первого рода в известных точках.

ИТЕРАЦИОННЫЙ ПРОЦЕСС

Итерационный процесс [6] построен с использованием метода линеаризации. Ниже приведено краткое описание его этапов.

Этап 1. Решение прямой задачи для $n - 1$ приближения

Из интегрального уравнения Фредгольма 2-го рода (5) по известным $n - 1$ приближениям неизвестных функций $h_{n-1}(x)$ и $g_{n-1}(x)$ (и, соответственно, $G_{n-1}(x, i\kappa)$) определяется соответствующая функция $u_{n-1}(x, \kappa)$.

$$u_{n-1}(x) = \int_0^1 K_{n-1}(\xi, x) u_{n-1}(\xi) d\xi + \int_0^x \frac{d\eta}{G_{n-1}(\eta, i\kappa)}, \quad (6)$$

где $K_{n-1}(\xi, x) = \kappa^2 \int_0^{\min\{\xi, x\}} r(\eta) \frac{d\eta}{G_{n-1}(\eta, i\kappa)}, \xi \in [0, 1]$.

Для решения интегрального уравнения (6) используется метод коллокаций.

Этап 2. Нахождение поправок к восстанавливаемым функциям

Каждые следующие приближения неизвестных функций $h_n(x) = h_{n-1}(x) + \delta h(x)$ и $g_n(x) = g_{n-1}(x) + \delta g(x)$, где $\delta h(x)$ и $\delta g(x)$ – поправки для длительного и мгновенного модуля, должны удовлетворять системе интегральных уравнений Фредгольма 1-го рода, получающейся после отделения мгновенной и длительной частей:

$$\begin{cases} \int_0^1 (\delta g(x) z_2(\kappa) + \delta h(x) z_1(\kappa)) u'_{n-1}(x, \kappa) \overline{u'_{n-1}(x, \kappa)} dx = \operatorname{Re}(u_{n-1}(h, \kappa) - f(\kappa)), \\ \int_0^1 (\delta g(x) - \delta h(x)) z_3(\kappa) u'_{n-1}(x, \kappa) \overline{u'_{n-1}(x, \kappa)} dx = \operatorname{Im}(u_{n-1}(h, \kappa) - f(\kappa)). \end{cases} \quad (7)$$

Решение системы интегральных уравнений Фредгольма 1-го рода (7) является некорректной задачей и требует использования регуляризационных методов, например метода регуляризации А.Н. Тихонова [11].

Этап 3. Проверка условия выхода

На втором этапе получают скорректированные функции $h_n(x)$ и $g_n(x)$, которые дают приближенное решение обратной коэффициентной задачи (5)–(6) при удовлетворении условию выхода, в противном случае можно скорректировать ядро интегрального оператора (8) для осуществления следующей итерации. В качестве условия выхода использовано

$$\|u_{n-1}(1, \kappa) - f(\kappa)\|_{C[0,1]} < \varepsilon. \quad (8)$$

Заметим, что построенный итерационный процесс требует знания начального приближения. В настоящей работе начальное приближение строилось в классе констант, которые находились для каждого из составных слоев из условия минимума функционала невязки на построенном из априорной информации компактном множестве

$$\Phi = \int_{\kappa_1}^{\kappa_2} |u(1, \kappa) - f(\kappa)|^2 d\kappa. \quad (9)$$

Минимизация функционала осуществлялась на равномерной сетке области $[0, 1] \times [\kappa_1, \kappa_2]$.

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ ЭКСПЕРИМЕНТЫ

Далее приведены результаты вычислительных экспериментов по реконструкции неизвестных безразмерных функций $h(x)$, $g(x)$ – параметров слоя толщины $h=1$ в соответствии с предложенной итерационной схемой. В серии расчетов плотность выбиралась постоянной $\rho=1$, параметр, характеризующий время релаксации, полагался $\tau=0,1$. Толщины слоев эпидермиса, дермы и подкожного жира и их мгновенные и длительные модули приблизительно соответствуют участку кожного покрова в районе предплечья. Восстанавливаемые параметры предполагались кусочно-непрерывными функциями на $[0, 1]$.

1. Восстановление линейных функций:

$$h(x) = \begin{cases} 0,075 + 0,1x_3, & x_3 \leq 0,5895 \\ 0,5 + 0,1x_3, & x_3 \leq 0,8655 \\ 0,88 + 0,1x_3, & x_3 \leq 1 \end{cases}, \quad g(x) = \begin{cases} 0,09 + 0,1x_3, & x_3 \leq 0,5895 \\ 0,55 + 0,1x_3, & x_3 \leq 0,8655 \\ 0,9 + 0,1x_3, & x_3 \leq 1 \end{cases}.$$

Начальные приближения выбраны из условия (10) в виде

$$h^0(x) = \begin{cases} 0,1, & x \leq 0,5895 \\ 0,55, & x \leq 0,8655 \\ 0,95, & x \leq 1 \end{cases}, \quad g^0(x) = \begin{cases} 0,15, & x_3 \leq 0,5895 \\ 0,7, & x_3 \leq 0,8655 \\ 1, & x_3 \leq 1 \end{cases}.$$

Частотный диапазон выбирался из анализа вещественной и мнимой частей амплитудно-частотной характеристики (рис. 1). Амплитудно-частотные характеристики для восстанавливаемых функций на рисунке обозначены линией, для начального приближения – точками.

Для восстановления был выбран отрезок между первым и вторым экстремумами. Далее приведены результаты восстановления (рис. 2). На рисунке серой линией обозначен график начального приближения, черной линией – график точного решения, точками – результат восстановления.

Погрешность реконструкции не превосходит 6% в окрестностях точек разрыва и 3% – в остальных точках.

Далее приведены результаты восстановления (рис. 3).

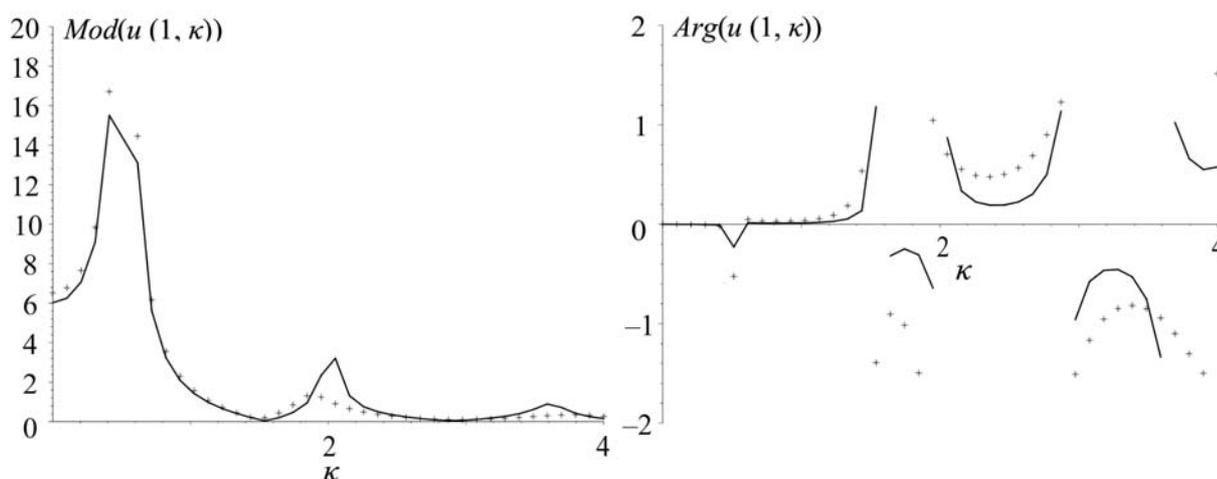


Рис. 1. Действительная и мнимая части амплитудно-частотной характеристики для восстанавливаемой функции и начального приближения

2. Восстановление квадратичных функций

$$h(x) = \begin{cases} 0,075 + 0,4x^2, & x \leq 0,5895 \\ 0,5 + 0,2x^2, & x \leq 0,8655 \\ 0,78 + 0,2x^2, & x \leq 1 \end{cases}, \quad g(x) = \begin{cases} 0,09 + 0,4x^2, & x \leq 0,5895 \\ 0,55 + 0,2x^2, & x \leq 0,8655 \\ 0,8 + 0,2x^2, & x \leq 1 \end{cases}.$$

Начальные приближения найдены в виде

$$h^0(x) = \begin{cases} 0,1, & x \leq 0,5895 \\ 0,6, & x \leq 0,8655 \\ 0,95, & x \leq 1 \end{cases}, \quad g^0(x) = \begin{cases} 0,15, & x \leq 0,5895 \\ 0,65, & x \leq 0,8655 \\ 1, & x \leq 1 \end{cases}.$$

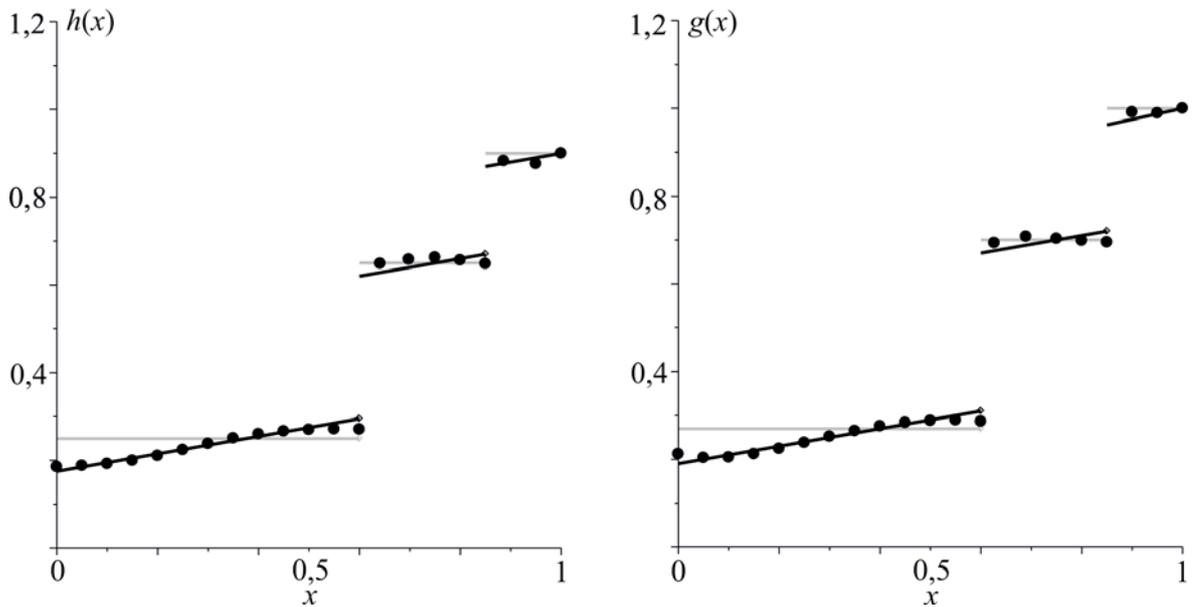


Рис. 2. Восстановление мгновенного и длительного модулей для линейных законов изменения

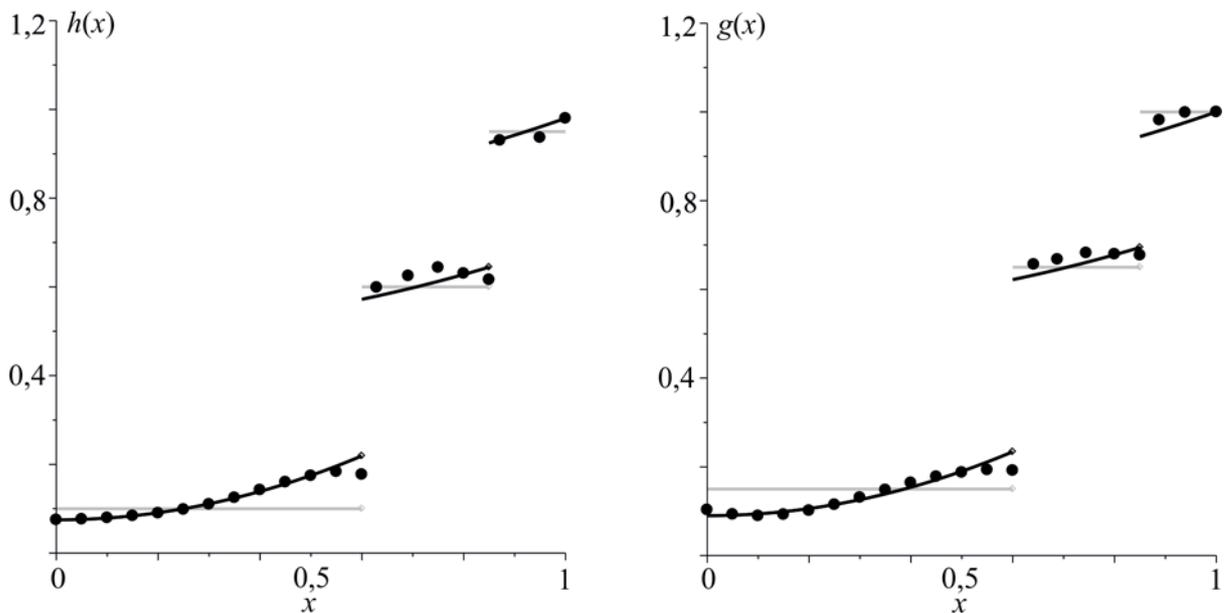


Рис. 3. Восстановление мгновенного и длительного модулей для квадратичных законов изменения

Для восстановления частотный диапазон также выбирался между первым и вторым экстремумами амплитудно-частотной характеристики. Погрешность реконструкции не превосходит 8% в окрестностях точек разрыва и 4% – в остальных точках.

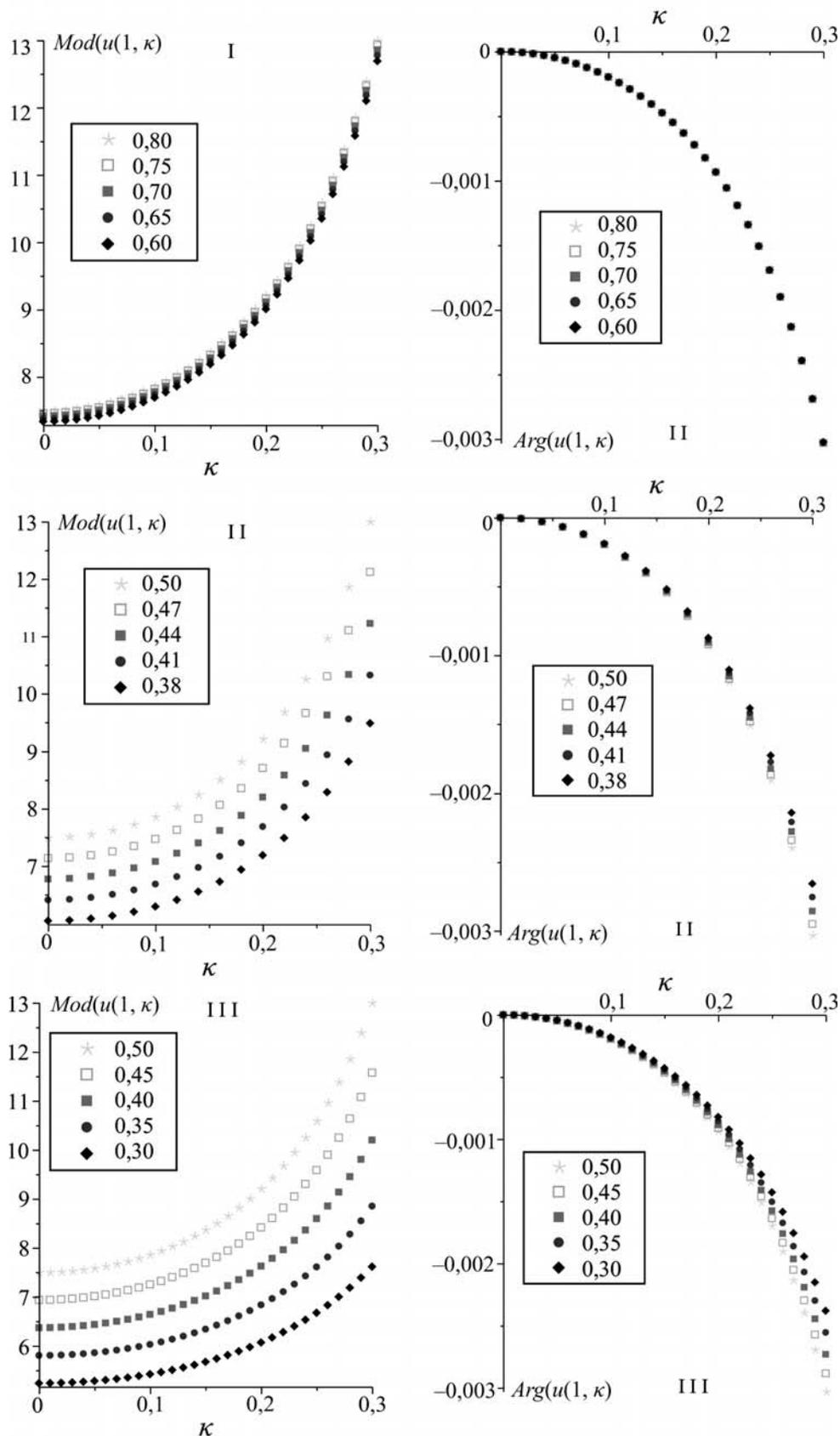


Рис. 4. Графики амплитудно-частотных характеристик для различных значений модулей на каждом из слоев

АНАЛИЗ АМПЛИТУДНО-ЧАСТОТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ДЛЯ РАЗЛИЧНЫХ ВОССТАНАВЛИВАЕМЫХ ФУНКЦИЙ

Следует отметить, что действительно качественное восстановление происходит только на первых участках функций, соответствующих подкожному жиру с низкими модулями (погрешность 1–3%), два других – дерма и эпидермис восстанавливаются значительно хуже (погрешность 6–8%). В связи с этим необходимо проверить, какие факторы негативно влияют на реконструкцию свойств дермы и эпидермиса.

Предполагается исследовать влияние на амплитудно-частотные характеристики и реконструкцию изменения модулей слоев и изменения толщин каждого из слоев. Приведенное ниже исследование призвано установить, какие факторы больше всего влияют на реконструкцию, производимую в соответствии с предложенной схемой, и можно ли каким-то образом улучшить полученные результаты.

Далее приведены серии экспериментов по исследованию влияния каждого из факторов на амплитудно-частотные характеристики.

1. Эксперименты для различных значений модулей на каждом из слоев

В каждом из трех экспериментов будем поочередно увеличивать с шагом 0,02 значения безразмерных модулей первого, второго и третьего слоев соответственно (в первом эксперименте – подкожного жира, во втором – дермы и в третьем – эпидермиса), модули двух других слоев при этом зафиксированы. Приведены графики модуля и аргумента амплитудно-частотной характеристики до первого экстремума (рис. 4). Римской цифрой на графиках указан номер слоя, модули которого меняются. В качестве подписей к графикам, соответствующих линиям разного стиля (для разных значений модулей), выступают соответственно значения длительного (для модуля амплитудно-частотной характеристики) и мгновенного (для аргумента амплитудно-частотной характеристики) модулей, для которых производится эксперимент.

Из графиков видно, что амплитуда значительно уменьшается по абсолютной величине в случае, когда увеличиваются модули первого слоя (модули двух других слоев фиксированы), и практически не изменяется при изменении модулей двух других слоев (модули первого слоя фиксированы).

2. Эксперименты для различных значений толщин каждого из слоев

В каждом из трех экспериментов будем фиксировать безразмерную толщину одного из слоев, а толщины двух других изменять (одного уменьшать, другого увеличивать, чтобы общая толщина оставалась равной 1) с шагом 0,05 (и 0,03 для второго случая). Приведены графики модуля и аргумента амплитудно-частотной характеристики до первого экстремума (рис. 5). Римской цифрой на графиках указан номер слоя, толщина которого фиксирована. В качестве подписей к графикам выступают толщины слоев, для которых производится эксперимент. В первом эксперименте это суммарная толщина первого и второго слоев, во втором и третьем – толщина первого слоя.

Из графиков видно, что амплитуда значительно уменьшается по абсолютной величине в случаях, когда фиксированы толщины второго и третьего слоев (а толщина первого слоя увеличивается) и практически не изменяется фиксация толщины первого слоя.

При решении обратных задач, опирающихся на наличие дополнительной информации, очень важно, чтобы изменение восстанавливаемых параметров влекло за собой существенные изменения измеряемой в эксперименте дополнительной информации, на основе которой и происходит идентификация. И чем существеннее такая зависимость, тем качественнее происходит идентификация искомых характеристик.

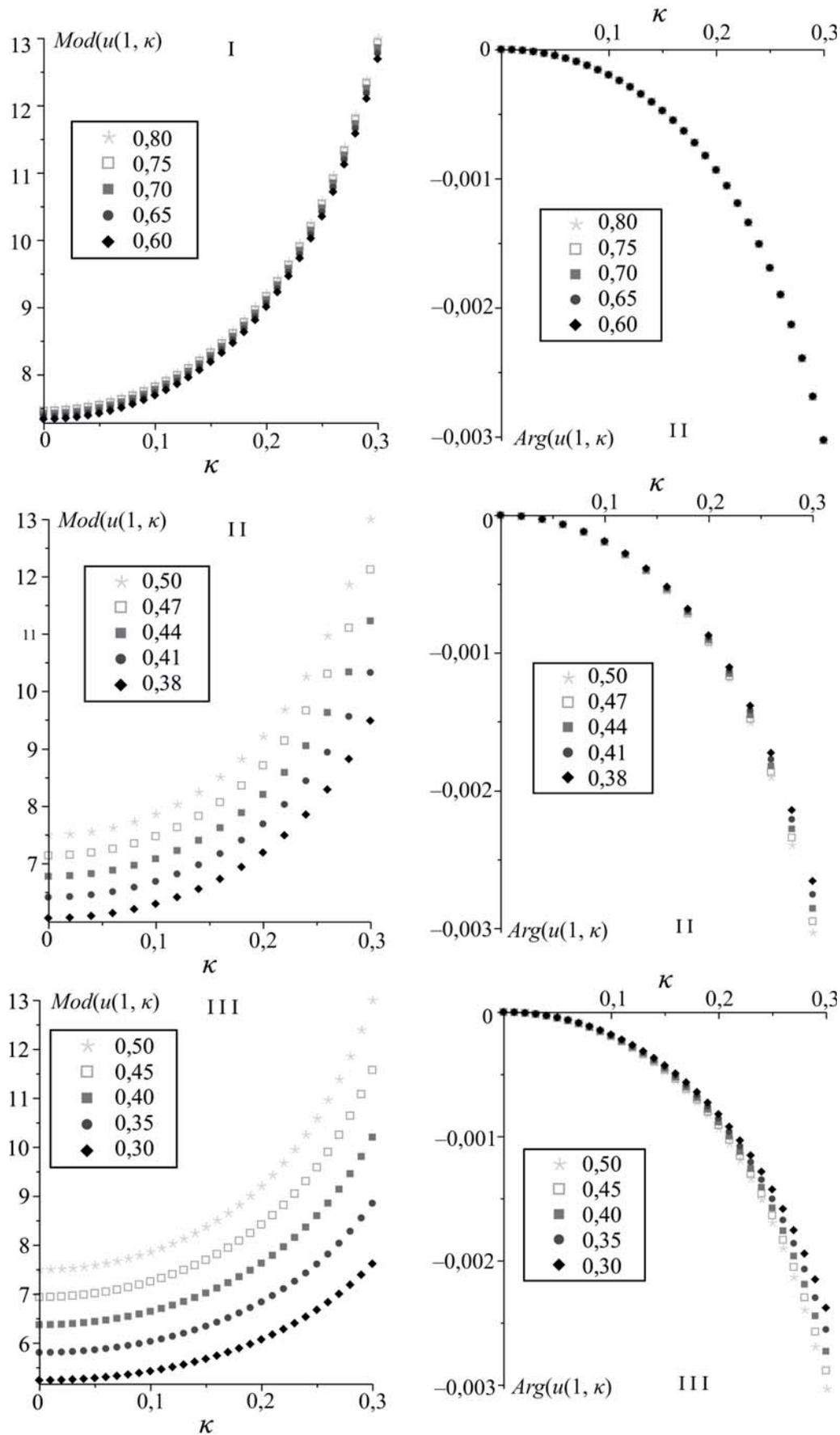


Рис. 5. Графики амплитудно-частотных характеристик для различных значений толщин каждого из слоев

Представленные выше эксперименты показывают, что в случае идентификации кусочно-непрерывных свойств вязкоупругого слоя, в свою очередь, состоящего из нескольких слоев, свойства которых различаются значительно (в нашем случае на порядок), что моделирует кожный покров, отклик на верхней границе слоя (дополнительная информация в обратной задаче) значительно зависит лишь от характеристик низко модульного слоя (подкожного жира), в частности от значений его мгновенного и длительного модулей, его толщины и его взаимного расположения с двумя другими слоями, и практически не зависит от характеристик двух других слоев. Данные выводы подтверждаются результатами, полученными из вычислительных экспериментов при решении обратных задач, в которых характеристики слоя, соответствующего подкожному жиру, восстанавливались значительно лучше характеристик двух других слоев.

Выводы

В работе представлена итерационная схема решения обратной задачи идентификации кусочно-непрерывных функций, характеризующих неоднородные свойства вязкоупругого слоя, в свою очередь, состоящего из трех слоев, что моделирует кожный покров. Сформулированы операторные соотношения для каждого из этапов итерационной схемы, приведены вычислительные эксперименты. Обсуждены результаты, полученные при проведении вычислительных экспериментов, в которых наблюдается качественное восстановление безразмерных функций, соответствующих слою подкожного жира (погрешность 2–4%). Функции, соответствующие двум другим слоям – дерме и эпидермису, реконструируются хуже (погрешность 6–8%). В связи с этим рассмотрен ряд вычислительных экспериментов для различных характеристик каждого из слоев, показывающих, что значительное влияние на качество реконструкции характеристик слоя оказывает наличие толстого слоя подкожного жира, имеющего относительно низкие значения модулей. Показано, что при уменьшении толщины этого слоя наиболее существенное влияние на отклик на верхней границе слоя (дополнительную информацию обратной задачи) все равно оказывает именно слой с самым низким модулем сдвига. Для более качественного восстановления характеристик слоев, соответствующих дерме и эпидермису, возможно, следует использовать другие виды экспериментов, использующих иные виды воздействия на слой.

Благодарности

Исследование выполнено при поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации (соглашения № 14.132.21.1358, № 14.132.21.1360) и Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 12-01-31501).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Адамов А.А., Федоров А.Е., Моделирование поведения кожи человека при больших деформациях // Российский журнал биомеханики. – 2007. – Т. 11, № 1. – С. 76–84.
2. Аникина Т.А., Богачёв И.В., Ватульян А.О. Об идентификации неоднородных характеристик вязкоупругих стержней при изгибных колебаниях // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2011. – Т. 17, № 1. – С. 1016–1023.
3. Афиногенов С.Б., Курек М.Ф., Шилько С.В., Черноус Д.А. Механические и фрикционные свойства биоэластомеров. Ч. 1: Описание релаксационных зависимостей кожи человека при растяжении // Российский журнал биомеханики. – 2008. – Т. 12, № 3. – С. 44–51.
4. Балабанов Е.И. Аналитический обзор. Кожа человека, механические свойства, теплопередача // Медицинская техника. – 2005. – Вып. 3. – С. 15–20.

5. Ватульян А.О. Обратные задачи в механике деформируемого твердого тела. – М.: Физматлит, 2007. – 223 с.
6. Ватульян А.О., Явруян О.В., Богачев И.В. Идентификация упругих характеристик неоднородного по толщине слоя // Акустический журнал. – 2011. – Т. 57, № 6. – С. 723–730.
7. Кристенсен Р. Введение в механику композитов. – М.: Мир, 1974. – 338 с.
8. Натали А.Н., Форестиеро А., Карниель Э.Л. Идентификация параметров определяющих соотношений, описывающих механическое поведение мягких тканей // Российский журнал биомеханики. – 2009. – Т. 13, № 4. – С. 31–41.
9. Сомкин П.Б. Обзор аппаратных методов исследования кожного покрова человека и его механических свойств // Сб. науч. тр. СевКавГТУ. Сер. Естественная. – 2007. – Вып. 3. – С. 214–225.
10. Тимофеев Г.А. Методы аппаратного исследования кожи человека // Косметика и медицина. – 2005. – № 4. – С. 28–38.
11. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. – М.: Наука, 1979. – 288 с.
12. Федоров А.Е., Лохов В.А. О применении теории вязкоупругости в эстетической хирургии // Российский журнал биомеханики. – 2003. – Т. 7, № 4. – С. 32–43.
13. Ji L., McLaughlin J.R. Recovery of the Lamé parameter μ in biological tissues // Inverse Problems. – 2004. – Vol. 20. – P. 1–24.
14. Pereira J.M., Mansour J.M., Davis B.R. The effects of layer properties on shear disturbance propagation in skin // J. Biomech. Eng. – 1991. – Vol. 113. – P. 30–35.

ON THE METHOD OF PROPERTY IDENTIFICATION OF MULTILAYER SOFT BIOLOGICAL TISSUES

I.V. Bogachev, A.O. Vatulyan, V.V. Dudarev (Rostov-on-Don, Russia)

An inverse problem of identifying viscoelastic properties of the three-layer heterogeneous tissue simulating the skin based on the analysis of the acoustic response at the upper boundary of the layer is offered. The skin is modeled by viscoelastic layer and consists of three viscoelastic layers modeling the subcutaneous fat, dermis, and epidermis. Constitutive equations and boundary conditions are formulated. Using the procedure of averaging, a two-dimensional problem can be reduced to one-dimensional, for which operator relations for the direct and inverse problems are constructed. Iterative process at each step combine the solution of Fredholm integral equations of the 1st and 2nd kinds which are solved numerically using the method of collocation and regularization method of Tikhonov. For the construction of the iterative process, the method of linearization is used. Some numerical experiments of identification of the complex characteristics of the layers with points of discontinuity of the first kind are presented. The influence of low-modulus layer simulating subcutaneous fat on the overall quality of the identification characteristics by analyzing the frequency response is investigated.

Key words: biomechanics of skin, viscoelasticity, complex modules, inverse problems, identification, iterative processes, ill-posed problems.

Получено 12 апреля 2013