



УДК 531/534: [57+61]

ВЛИЯНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ, БИОМЕХАНИЧЕСКИХ И ХИРУРГИЧЕСКИХ ФАКТОРОВ НА ВЕЛИЧИНЫ ИНДИВИДУАЛЬНЫХ МОМЕНТОВ ЗАКРУЧИВАНИЯ ФИКСАТОРОВ ПРИ КОНТРОЛИРУЕМОМ ОСТЕОСИНТЕЗЕ ПЕРЕЛОМА ШЕЙКИ БЕДРА. СООБЩЕНИЕ I: ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Ю.В. Акулич¹, А.Ю. Акулич², А.С. Денисов³, М.В. Мерзляков¹, А.Ф. Шулятьев¹

¹ Кафедра теоретической механики Пермского национального исследовательского политехнического университета, Россия, 614990, Пермь, Комсомольский проспект, 29, e-mail: auv@theomech.pstu.ac.ru

² Отделение травматологии государственного бюджетного учреждения здравоохранения Пермского края «Медсанчасть № 9 имени М.А. Тверье», Россия, 614990, Пермь, ул. Братьев Игнатовых, 2, e-mail: akulichanton@perm.raid.ru

³ Кафедра травматологии, ортопедии и военно-полевой хирургии Пермской государственной медицинской академии имени акад. Е.А. Вагнера, Россия, 614990, Пермь, ул. Петропавловская, 26, e-mail: rector@psma.com

Аннотация. В более ранних исследованиях авторов моделирование адаптации костной ткани при контролируемом остеосинтезе шейки бедра осуществлено в предположении одноосного напряженно-деформированного состояния. Рассматриваемая область проксимального отдела бедра была представлена набором цилиндров, расположенных вдоль оси шейки. Данная модель не позволяет учесть влияние таких факторов, как особенность индивидуальной формы проксимального отдела бедра, пространственная неоднородность распределения структурных и механических свойств костной ткани, а также вид перелома и направления резьбовых фиксаторов в кости на величины индивидуальных моментов закручивания этих фиксаторов. Установление данных закономерностей позволит травматологам обосновать выбор индивидуальной хирургической тактики лечения перелома, что определяет актуальность исследования. Целью настоящей работы является формулировка начально-краевой задачи структурной адаптации губчатой костной ткани проксимального отдела бедра, необходимой для определения предельных по прочности кости моментов закручивания фиксаторов (прочность оценивается как при установке фиксаторов, так и в течение процесса послеоперационной адаптации костной ткани). Новизна постановки рассматриваемой задачи состоит в учете: 1) индивидуального неоднородного распределения радиуса сферических пор принятой структуры, плотности и модуля упругости губчатой костной ткани проксимального отдела бедра; 2) различной ориентации фиксаторов в кости, что позволяет определять величины предельных моментов закручивания каждого фиксатора и, следовательно, повысить качество фиксации при реализации этих значений моментов закручивания в процессе контролируемого остеосинтеза. Губчатая костная ткань принимается неоднородным изотропным материалом, а кортикальная костная ткань – однородным анизотропным. Представлены необходимые уравнения, граничные и начальные условия исследуемой начально-краевой задачи.

Ключевые слова: перелом шейки бедра, контролируемый остеосинтез, губчатая костная ткань, 3D-моделирование, индивидуальное распределение свойств, структурная адаптация, начально-краевая задача.

© Акулич Ю.В., Акулич А.Ю., Денисов А.С., Мерзляков М.В., Шулятьев А.Ф., 2013

Акулич Юрий Владимирович, д.ф.-м.н., профессор кафедры теоретической механики, Пермь

Акулич Антон Юрьевич, к.м.н., травматолог клиники травматологии и ортопедии, Пермь

Денисов Александр Сергеевич, д.м.н., заведующий кафедрой травматологии, ортопедии и военно-полевой хирургии, Пермь

Мерзляков Михаил Викторович, аспирант кафедры теоретической механики, Пермь

Шулятьев Андрей Федорович, магистрант кафедры теоретической механики, Пермь

ВВЕДЕНИЕ

Моделирование адаптации костной ткани к новым нагрузкам, возникающим после контролируемого остеосинтеза шейки бедра, осуществлено авторами в предположении одноосного напряженно-деформированного состояния (НДС) [1]. При этом рассматриваемая область была представлена набором цилиндров, расположенных вдоль оси шейки. Данная модель не позволяет учесть влияние таких факторов, как особенность индивидуальной формы и размеров, пространственной неоднородности распределения структурных и механических свойств в костной ткани проксимального отдела бедра пациента, а также вида перелома и ориентации фиксаторов в кости на индивидуальные величины моментов закручивания фиксаторов.

Индивидуальность формы характеризуется в том числе и величиной шеечно-диафизарного угла α (рис. 1, а), а вид перелома определяется ориентацией плоскости перелома по отношению к анатомическим осям $X_i, i = \overline{1,3}$ и местом (локализацией) перелома в области шейки (рис. 1, б).

С позиции биомеханики фиксации необходимо знать положение плоскости перелома по отношению к оси шейки как преимущественному направлению равнодействующей сжимающих сил фиксаторов. Из достаточно большого числа реальных ориентаций плоскости перелома обычно рассматриваются два ее предельных положения, представленных на стандартных рентгенограммах своими проекциями в виде прямых линий (см. рис. 1, а, 2, а). Предельные положения плоскости перелома определяются двумя углами: 1) традиционно углом *Pauwels*'а между линией перелома и горизонтальной осью $\beta \cong 50...70^\circ$ [11] на фронтальной проекции (см. рис. 1, а) и 2) углом γ на боковой рентгенографической проекции проксимального отдела бедра (см. рис. 2, а).

В первом предельном случае расположения плоскости перелома (см. рис. 1, а) в силу анатомического строения проксимального отдела бедра ($\alpha \cong 135^\circ$) путем выбора величины угла δ (см. рис. 1, б) хирург имеет возможность при любом угле β установить фиксаторы под углом к плоскости перелома близким к 90° . Это позволяет сжать фрагменты кости практически полной осевой силой фиксаторов и обеспечить абсолютную стабильность фиксации отломков (в случае абсолютной фиксации относительные перемещения контактирующих частиц кости, расположенных на поверхностях щели перелома, равны нулю) [8]. Усилие сжатия губчатой кости одним резьбовым фиксатором, ограниченное при контролируемом остеосинтезе прочностью на срез костной ткани, достигает внушительной величины порядка 650–850 Н [1].

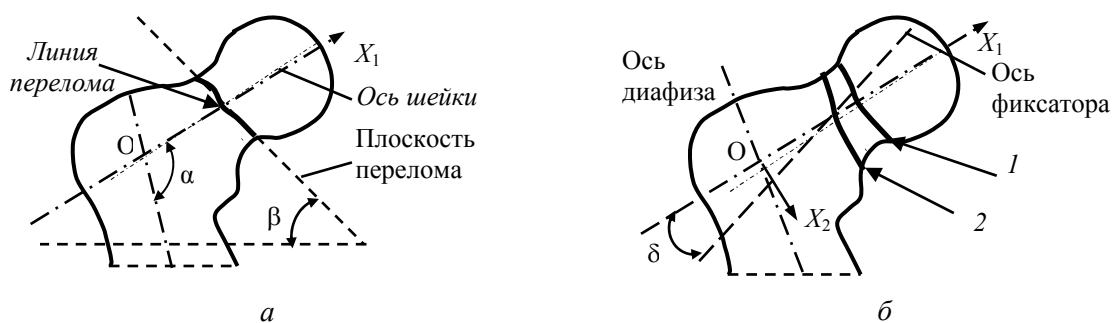


Рис. 1. Углы, характеризующие форму проксимального отдела бедра (шеечно-диафизарный угол α) и ориентацию щели перелома (угол *Pauwels*'а β [11] между линией перелома и горизонтальной осью) (а), а также области расположения щели перелома в шейке (б): 1 – субкапитальный перелом; 2 – трансцервикальный перелом [8]

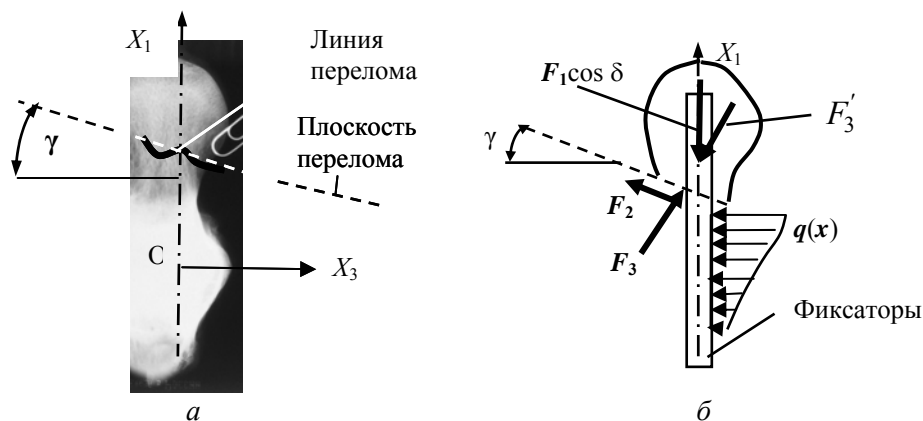


Рис. 2. Угол γ на боковой проекции проксимального отдела бедра (а) и схема сил, действующих на проксимальный отломок кости после установки фиксаторов (б): F_1 – сжимающее усилие фиксаторов; F_2 , F_3 – тангенциальная и нормальная составляющие реакции дистального отломка соответственно; F_3' – сила сжатия отломков; $q(x)$ – интенсивность распределенной нагрузки, действующей на фиксаторы со стороны дистального отломка кости

Обычно устанавливаются три резьбовых фиксатора. Такая фиксация является необходимым условием прямого заживления перелома шейки бедра как единственного варианта репаративной регенерации данной области, обеспечивающего сращение отломков практически без укорочения шейки [14]. При прямом заживлении перелома сращение костных отломков осуществляется по типу ремоделирования области перелома, когда отсутствует резорбция поверхностей перелома и костная мозоль и отломки кости соединяются остеонами как шипами [14].

Во втором предельном случае расположения плоскости перелома (см. рис. 2, а) возможности хирурга по установке фиксаторов в направлении, перпендикулярном плоскости перелома, существенно ограничены, и оценка усилия сжатия фрагментов кости, противоположного по направлению и равного по модулю реакции F_3 , определяется как результат двойного проецирования $F_3' = F_1 \cdot \cos \delta \cdot \cos \gamma$ (рис. 2, б).

При пониженных значениях суммарной осевой силы фиксаторов F , например, когда низка прочность костной ткани пациента, величина силы F_3' , на первый взгляд, может оказаться недостаточной, чтобы обеспечить абсолютную стабильность фиксации отломков и сращение перелома. Однако клинический опыт [2] показал, что у всех пациентов, оперированных методом контролируемого остеосинтеза, рентгенологически наблюдалось прямое сращение перелома, в том числе и в случаях изменения угла γ в интервале от $\pm 20^\circ$ до $\pm 25^\circ$ и пониженных значениях плотности костной ткани головки и шейки бедра порядка $1,18\text{--}1,27 \text{ г/см}^3$. Данные наблюдения объясняются повышенным коэффициентом трения между отломками и действием фиксаторов, препятствующим относительным перемещениям отломков в плоскости перелома (см. рис. 2, б). Кроме того, клинические исследования [2] показали, что прямое сращение перелома имеет место при любой локализации перелома.

Как показали экспериментальные исследования, поле разрушающих касательных напряжений в костной ткани головки бедра имеет существенную неоднородность [3]. Наибольшей прочностью на срез обладают участки головки, расположенные в зоне контакта головки с тазовой костью, т.е. ее задневерхние участки (ЗВ), воспринимающие контактное давление от веса тела и усилий мышц, а наименьшей – передненижние участки (ПН) головки (рис. 3, а).

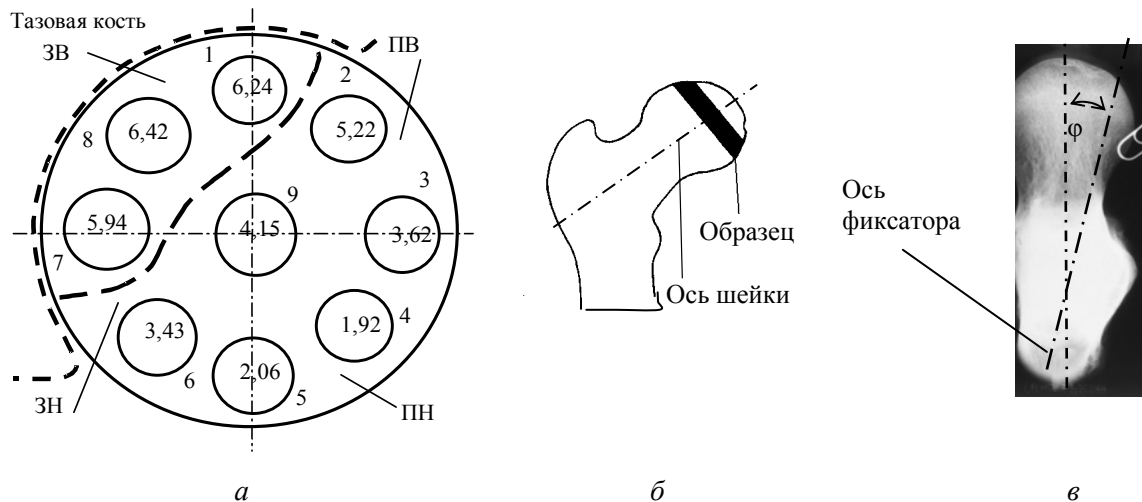


Рис. 3. Биомеханические аспекты головки бедренной кости: *а* – распределение средних разрушающих касательных напряжений у вершин резьбы фиксаторов (МПа) в четырех дисках-образцах толщиной 5 мм, вырезанных из четырех головок бедра [3]; *б* – ориентация образца в головке бедра при вертикальной позе человека определяется расположением его четырех условных зон: ПВ – передневерхняя, ПН – переднижняя, ЗВ – задневерхняя, ЗН – заднижняя. 1–9 – номера областей выдавливания в опытах. Граница области наибольшей прочности при сдвиге обозначена длинным пунктиром, а дуга контакта головки с тазовой костью – коротким пунктиром; *в* – ориентация оси фиксатора по отношению к оси шейки бедра на боковой проекции рентгенограммы определяется углом φ

Поскольку при установке фиксаторы могут быть введены в любую зону головки, то для выполнения условия прочности костной ткани необходимо определение предельного момента закручивания каждого фиксатора в отдельности. Учитывая, что ориентация оси фиксатора в кости задается углами δ (см. рис. 1, *б*) и φ (рис. 3, *б*), контролируемые в течение операции, введем эти величины в число исследуемых факторов.

Следовательно, значения углов δ и φ , особенность индивидуальной формы и размеров проксимального отдела бедра, а также пространственной неоднородности распределения структурных и механических свойств костной ткани проксимального отдела бедра пациента являются факторами, влияние которых на величину индивидуального момента закручивания каждого фиксатора следует оценить в дальнейшем и представить в последующих сообщениях.

Установление закономерностей влияния этих факторов позволит травматологам обосновать выбор индивидуальной хирургической тактики лечения перелома, что определяет актуальность проблемы исследования.

Методика вычисления величины момента закручивания фиксаторов для контролируемого остеосинтеза перелома шейки бедра включает следующие основные этапы [1]:

1) построение и визуализация проксимального отдела бедра как области исследования;

2) определение поля равновесных деформаций в проксимальном отделе бедра, наблюдаемых при неизменных пиковых значениях функциональных нагрузок на тазобедренный сустав в течение одноопорной фазы шага в норме;

3) определение значения индивидуального момента закручивания фиксатора как предельной по условию прочности костной ткани величины. Прочность костной ткани оценивается как при установке фиксаторов, так и в течение периода сращения перелома, когда осуществляется адаптация костной ткани к изменившимся нагрузкам.

На втором этапе решается квазистатическая линейная задача теории упругости для проксимального отдела бедра при наибольших значениях усилий мышц и реакции тазовой кости, вычисленных оптимизационным методом [15].

На третьем этапе реализуется начально-краевая задача структурной адаптации упругой губчатой костной ткани проксимального отдела бедра, нагруженного сжимающими усилиями фиксаторов, давлением тазовой кости на головку бедра и усилиями мышц, необходимых для иммобилизации больной конечности при ходьбе на костылях [7].

В силу специфики и малого опыта решения подобного рода задач основным и наиболее сложным является третий этап. В связи с этим целью настоящей публикации является математическая формулировка начально-краевой задачи третьего этапа.

К элементам новизны данной формулировки относятся: 1) пространственное представление индивидуальных геометрических, структурных и механических свойств в исследуемой области (проксимальный отдел бедра); 2) различные ориентации расположения фиксаторов в кости, позволяющие определить величину предельного момента закручивания каждого фиксатора и, следовательно, повысить качество фиксации при реализации этих величин момента закручивания в процессе остеосинтеза.

ПОСТАНОВКА НАЧАЛЬНО-КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ

При переломе шейки бедра и последующей операции остеосинтеза больной в течение периода сращения отломков (5–6 месяцев) передвигается на костылях, не опираясь на больную конечность. Конфигурация костей тазобедренного сустава в текущий момент периода сращения представлена на рентгенограмме (рис. 4, *а*).

В качестве исследуемой области принимаем проксимальный отдел бедра, ограниченный со стороны дистального конца плоскостью поперечного сечения (ПС) и содержащий два (или три) стандартных резьбовых фиксатора (рис. 4, *б*), условно представленные одним фиксатором (рис. 5).

Далее используются следующие основные допущения:

- 1) процессы транспорта внутритканевой жидкости, деминерализации матрикса, адаптации кортикальной костной ткани и сращения не учитываются;
- 2) поскольку при контролируемом остеосинтезе всегда реализуется прямое сращение и отсутствуют относительные перемещения отломков, щель перелома в рассматриваемой области отсутствует (см. рис. 5);
- 3) фиксаторы являются абсолютно твердыми телами, так как модуль упругости стали фиксаторов существенно выше модуля упругости губчатой костной ткани (на два порядка);
- 4) поры губчатой костной ткани имеют форму сфер.



а



б

Рис. 4. Остеосинтез перелома шейки бедра левой ноги двумя резьбовыми фиксаторами: *а* – конфигурация во фронтальной проекции костей тазобедренного сустава в период сращения; *б* – стандартный резьбовой фиксатор длиной 100 мм

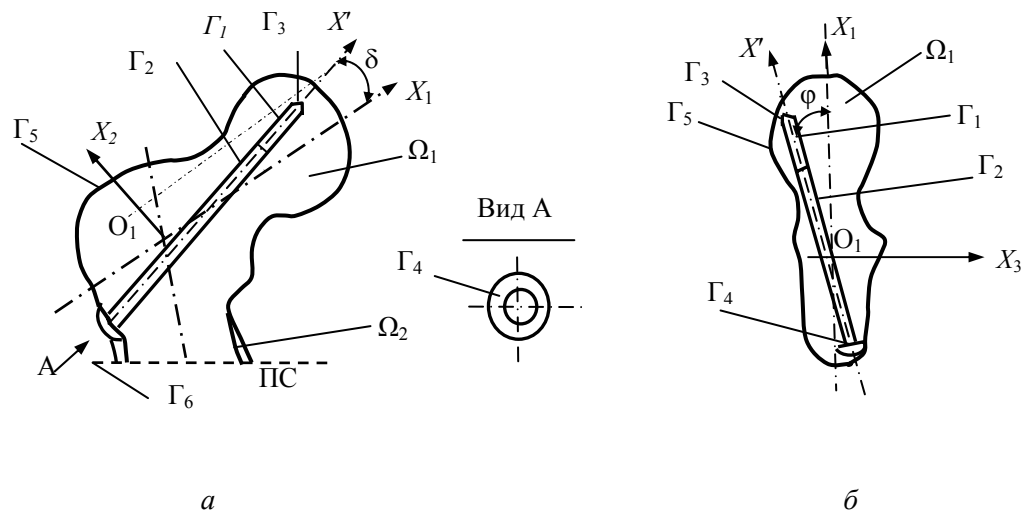


Рис. 5. Исследуемая область Ω губчатой Ω_1 и кортикальной Ω_2 костной ткани ($\Omega = \Omega_1 \cup \Omega_2$) с фиксатором во фронтальной (а) и боковой (б) проекциях.

$\Gamma_i, i = \overline{1, 3}$ – внутренние и $\Gamma_i, i = \overline{4, 6}$ – внешние границы области Ω

Для описания структуры губчатой костной ткани используется двухуровневая модель: пористый матрикс и активные костные клетки, расположенные на остеогенных поверхностях пор. Параметрами структуры представительного объема костной ткани являются радиус пор $r(\vec{x}, t)$ и плотность пор $n(r)$ как функции радиус-вектора частицы \vec{x} и времени t . Радиус пор относится к независимым параметрам, а плотность пор выражается через плотности сырой костной ткани $\rho_{\text{ск}}(r)$, матрикса (вещества кости) $\rho_{\text{м}}$, плотность костного мозга в порах $\rho_{\text{км}}$ и радиус пор посредством равенства [5]

$$n(r) = \left(1 - \frac{\rho_{\text{ск}}(r) - \rho_{\text{км}}}{\rho_{\text{м}} - \rho_{\text{км}}} \right) \frac{3}{4\pi r^3}, \quad (1)$$

где функция $\rho_{\text{ск}}(r)$ определяется по экспериментальным данным [4].

Система уравнений начально-краевой задачи включает следующие соотношения, записанные для текущего момента сращения $t \in (0, T]$ (все тензорные величины и их инварианты, входящие в эти соотношения, являются также функциями радиус-вектора частицы \vec{x} и времени t):

– уравнение равновесия

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{\sigma} + \rho_{\text{ск}}(r) \vec{g} = \vec{0}, \quad \vec{x} \in \Omega = \Omega_1 \cup \Omega_2, \quad (2)$$

где \vec{g} – ускорение свободного падения;

– кинематическое соотношение Коши для тензора малых деформаций

$$\vec{\varepsilon} = 1/2(\vec{\nabla} \vec{u} + \vec{u} \vec{\nabla}), \quad \vec{x} \in \Omega, \quad (3)$$

где $\vec{\nabla}$ – оператор Гамильтона; \vec{u} – вектор перемещения;

– определяющее соотношение адаптационной пороупругости Cowin'a [12] запишем в виде

$$\tilde{\sigma} = \begin{cases} \tilde{C}_1(\xi(r)) \cdot \tilde{\varepsilon}, & \vec{x} \in \Omega_1, \\ \tilde{C}_2 \cdot \tilde{\varepsilon}, & \vec{x} \in \Omega_2, \end{cases} \quad (4)$$

где $\tilde{C}_1(\xi(r))$ – тензор жесткости губчатой костной ткани – является функцией объемного содержания матрикса $\xi(r)$, определяемой экспериментально и удовлетворяющей условию

$$\tilde{C}_1(\xi(r)) \Big|_{\xi(r)=0} = \tilde{0}, \quad (5)$$

а \tilde{C}_2 – тензор жесткости кортикальной костной ткани бедра – принимается постоянным.

Для губчатой костной ткани как изотропной среды компоненты тензора $\tilde{C}_1(\xi(r))$ определяются модулем упругости E и коэффициентом Пуассона ν . С помощью решения обратной задачи теории упругости, сформулированной для модели образца влажной губчатой костной ткани, имеющего реальную структуру, получена зависимость модуля упругости от объемного содержания матрикса [13]

$$E(\xi(r)) = E_m \xi(r)^{1,7}, \quad (6)$$

где E_m – модуль упругости матрикса, а зависимость $\xi(r)$ имеет вид [4]

$$\xi(r) = 1 - \frac{4}{3} \pi n(r) r^3. \quad (7)$$

Для коэффициента Пуассона зависимость от объемного содержания матрикса в настоящее время не установлена. В связи с этим принимаем величину ν постоянной, что позволяет с учетом (6) удовлетворить условию (5);

– *кинетическое уравнение структурной адаптации губчатой костной ткани* устанавливает связь скорости изменения параметров структуры (радиуса пор) с активностью костных клеток и деформационным стимулом адаптации [6]

$$\dot{r}(I_\varepsilon, r) = -a f(r) \operatorname{sgn}(I_\varepsilon^{eq})(I_\varepsilon - I_\varepsilon^{eq}), \quad (8)$$

где $I_\varepsilon, I_\varepsilon^{eq}$ – первые инварианты тензора деформации в актуальной и в равновесной конфигурациях соответственно – являются функциями времени, а положительная функция $f(r)$ определяется соотношением

$$f(r) = S_v(r) / \left[S_v(r) + \frac{3(\rho_{\text{ск}}(r) - \rho_m) / r - \partial \rho_{\text{ск}}(r) / \partial r}{\rho_m - \rho_{\text{ж}}} \right], \quad (9)$$

где S_v – суммарная в единице объема костной ткани площадь поверхности пор ($\text{мм}^2/\text{мм}^3$). Коэффициент a зависит от активности и плотности расположения костных клеток на поверхности S_v и вычисляется по формуле

$$a = \frac{a_b \lambda_b + a_c \lambda_c}{\varepsilon_{\max} - \varepsilon_{\min}} > 0, \quad (10)$$

где λ_b, λ_c – доли поверхности пор, занятой остеобластами или остеокластами соответственно; a_b, a_c – скорости производства и резорбции матрикса соответственно (мм/день); $\varepsilon_{\max}, \varepsilon_{\min}$ – границы интервала изменения деформации, стимулирующей адаптацию ($\pm 0,3\%$ [9]). Согласно вычислениям по известным экспериментальным данным для губчатой костной ткани $a = 55$ мкм/(день · ЕОД), здесь ЕОД – единиц относительной деформации [9].

Соотношение (8) описывает как резорбцию, так и производство клетками костного вещества в зависимости от характера и величины изменения объемной деформации костной ткани, обусловленные действием имплантатов. Процесс адаптации запускается, если абсолютная величина разности $I_\varepsilon - I_\varepsilon^{eq}$ превышает половину ширины зоны адаптационной нечувствительности костной ткани (величина порядка 0,0005), в противном случае адаптация отсутствует;

– *граничные условия* на границах $\Gamma_i, i = \overline{1, 4}$ (см. рис. 5) формулируются исходя из допущения о фиксаторах как абсолютно твердых телах, действие которых на костную ткань учитывается в соответствии с принципом освобожденности от связей.

Со стороны резьбы фиксатора, закрученного моментом M , на костную ткань действует равномерно распределенная нагрузка $F(t)/S_b$, где $F(t)$ – осевая сила фиксатора, а S_b – площадь опорной поверхности резьбы. Следовательно, на цилиндрической границе кости Γ_1 необходимо выполнение условия

$$\tilde{\sigma} \cdot \vec{e}' = -\frac{F}{S_b} \vec{e}', \quad \vec{x} \in \Gamma_1, \quad (11)$$

где \vec{e}' – орт оси фиксатора X' в системе координат $X_i, i = 1, 2, 3$ – представим в виде функции углов δ, φ , определяющих, соответственно, направление фиксатора по отношению к координатным плоскостям X_1X_3 и X_1X_2 (см. рис. 5),

$$\vec{e}'(\delta, \varphi) = \sum_{i=1}^3 n_i(\delta, \varphi) \vec{e}_i, \quad (12)$$

где $\vec{e}_i, i = \overline{1, 3}$ – орты осей $X_i, i = \overline{1, 3}$, а направляющие косинусы $n_i(\delta, \varphi), i = \overline{1, 3}$, в соответствии с правилом двойного проецирования вектора в прямоугольной системе координат

$$\begin{aligned} n_1(\delta, \varphi) &= \cos\beta(\delta, \varphi) \cos\delta, \\ n_2(\delta, \varphi) &= \cos\beta(\delta, \varphi) \sin\delta, \\ n_3(\delta, \varphi) &= \sin\beta(\delta, \varphi), \end{aligned} \quad (13)$$

где β – угол между вектором \vec{e}' и плоскостью X_1X_2 как функция углов δ, φ определяется соотношением

$$\operatorname{tg}\beta = \cos\delta \cdot \operatorname{tg}\varphi. \quad (14)$$

Аналогично со стороны головки фиксатора на кость действует также равномерно распределенная нагрузка $F(t)/S_4$, где S_4 – площадь кольцевой границы Γ_4 (вид А на рис. 5, а). Следовательно, напряжения в костной ткани должны удовлетворять равенству

$$\tilde{\sigma} \cdot \vec{e}' = \frac{F}{S_4} \vec{e}', \quad \vec{x} \in \Gamma_4. \quad (15)$$

Поскольку острие фиксатора не касается кости на границе Γ_3 , т.е. поверхность кости на данной границе свободна от нагрузки (это же относится к поверхности кости на границе Γ_5), то соответствующие силовые граничные условия запишем в виде

$$\vec{\sigma} \cdot \vec{n}(\vec{x}) = \vec{0}, \quad \vec{x} \in \Gamma_i, \quad i = 3, 5, \quad (16)$$

где n_i – орты внешних нормалей на границах $\Gamma_{3,5}$.

На границах контакта кости и фиксаторов выполняются условия непроникновения частиц кости в металл

$$\vec{u}(\vec{x}) \cdot \vec{n}(\vec{x}) \leq 0, \quad \vec{x} \in \Gamma_i, \quad i = \overline{1, 4}. \quad (17)$$

Граница Γ_6 фиксируется так, что одна из ее точек (C) закреплена в глобальной системе координат $X_i, i = 1, 2, 3$,

$$\vec{u}(\vec{x}_C) = \vec{0}, \quad \vec{x}_C \in \Gamma_6, \quad (18)$$

а остальные точки закреплены только в направлении нормали

$$\vec{u}(\vec{x}) \cdot \vec{n}(\vec{x}) = 0, \quad \vec{x} \in \Gamma_6 / \vec{x}_C; \quad (19)$$

– *начальные условия* фиксируются в момент окончания установки фиксаторов и определяются значениями следующих величин:

- осевой силы сжатия костной ткани одним фиксатором, закрученным моментом M

$$F(0) = \frac{M - M'_p}{f_r k_d + 0,5 d_2 \operatorname{tg}(\psi + \varphi)}, \quad (20)$$

где M'_p – момент затирания вершин витков резьбы фиксатора в неполной резьбе, созданной метчиком; f_r – коэффициент трения между полированными стальными поверхностями головки фиксатора и шайбы; k_d – коэффициент, определяемый характерными диаметрами резьбы, в том числе средним диаметром d_2 ; ψ, φ – углы подъема резьбы и трения в резьбе соответственно [10]. Соотношение (20) получено из условия предельного равновесия моментов сил трения в резьбе и головке и момента закручивания M ;

- радиуса пор

$$r_0(\vec{x}) = r(\vec{x}, 0), \quad \vec{x} \in \Omega_1; \quad (21)$$

- компонент тензора жесткости губчатой костной ткани, вычисляемых с помощью соотношений (6), (7),

$$\tilde{C}_{10}(\vec{x}) = \tilde{C}_1(\vec{x}, 0), \quad \vec{x} \in \Omega_1. \quad (22)$$

Соотношения (1)–(22) содержат замкнутую систему уравнений (2)–(5) начально-краевой задачи с граничными (11), (15)–(19) и начальными (20)–(22) условиями и позволяют определить адаптационное изменение свойств костной ткани после закручивания каждого фиксатора в заданном направлении и с заданным моментом.

Как отмечалось выше, максимальное значение момента закручивания каждого фиксатора ограничивается прочностью костной ткани на срез у вершин резьбы фиксаторов. Следовательно, напряжение на границе Γ_1 ограничивается величиной касательного напряжения разрушения $\tau^*(r(\vec{x}, t))$:

$$|\vec{\sigma} \cdot \vec{e}'| \leq \frac{|\tau^*(r(\vec{x}, t))|}{k_\tau}, \quad \vec{x} \in \Gamma_1, \quad (23)$$

где k_τ – коэффициент запаса прочности – мы принимаем постоянной величиной, близкой к единице (порядка 1,2–1,3), поскольку нагрузка стационарна. Функция $\tau^*(r(\vec{x}, t))$ получена на основании экспериментальных данных [3, 4] и имеет вид

$$\tau^*(r(\vec{x}, t)) = 30,556 r(\vec{x}, t) - 15,196, \quad (24)$$

здесь радиус пор $r(\vec{x}, t)$ измеряется в миллиметрах и, как функция времени, находится интегрированием соотношения (8).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Данная статья (сообщение 1) посвящена проблеме влияния как механических, так и хирургических факторов на величины предельных моментов закручивания фиксаторов при контролируемом остеосинтезе перелома шейки бедра. Осуществлен анализ значимости различных хирургических факторов, на основании которого влияние направления оси каждого фиксатора принимается в качестве наиболее важного фактора, тогда как ориентация плоскости перелома (по Гардену) и ее локализация не влияют на величину предельных моментов закручивания фиксаторов. Представленная в соотношениях (1)–(23) математическая модель начально-краевой задачи структурной адаптации губчатой костной ткани проксимального отдела бедра ориентирована на пациента, поскольку содержит такие характеристики, как радиус пор и плотность, измеряемые перед операцией индивидуально. В сообщениях 2 и 3 эта модель будет использована для определения влияния формы проксимального отдела бедра, пространственной неоднородности распределения структурных и механических свойств костной ткани, а также направления фиксаторов в кости на величину предельных по прочности кости моментов закручивания фиксаторов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Акулич Ю.В., Акулич А.Ю., Денисов А.С. Адаптационные изменения свойств костной ткани фрагментов кости после остеосинтеза шейки бедра жесткими резьбовыми фиксаторами // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2008. – Т. 14, № 3. – С. 313–331.
2. Акулич А.Ю., Акулич Ю.В., Денисов А.С. Возможности аргументированного подхода к остеосинтезу шейки бедра резьбовыми фиксаторами с учетом механических и адаптационных свойств костной ткани // Гений ортопедии. – 2012. – № 2. – С. 22–26.
3. Акулич А.Ю., Денисов А.С., Акулич Ю.В. Предоперационное определение прочности губчатой кости головки бедра *in vivo* // Пермский медицинский журнал. – 2006. – Т. 23, № 5. – С. 6–13.
4. Акулич Ю.В., Акулич А.Ю., Денисов А.С. Предоперационное определение индивидуальных физических характеристик губчатой костной ткани проксимального отдела бедра человека // Российский журнал биомеханики. – 2011. – Т. 15, № 1 (51). – С. 33–41.
5. Акулич А.Ю., Акулич Ю.В., Денисов А.С. Определение параметров структуры губчатой кости проксимального отдела бедра человека по оптической плотности рентгенологического изображения // Известия вузов. Поволжский регион. Медицинские науки. – 2007. – № 1. – С. 3–11.
6. Акулич Ю.В., Брюханов П.А., Мерзляков М.В., Сотин А.В. Определяющее соотношение структурной адаптации костной ткани // Известия Саратовского государственного университета. Математика. Механика. Информатика. – 2011. – Т. 11, № 2. – С. 54–61.
7. Мальцева А.А., Акулич Ю.В., Акулич А.Ю. Осевое усилие сжатия шейки бедра при ходьбе на костылях // Математическое моделирование и биомеханика в современном университете: тез. докл. всерос. конф. – Ростов н/Д, 2005. – С. 24.
8. Мюллер М.Е., Алльговер М., Шнейдер Р., Виллингер Х. Руководство по внутреннему остеосинтезу. Методика, рекомендованная группой АО (Швейцария). – М.: AdMarginet; Springer-Verlag, 1996. – 750 с.

9. Регирер С.А., Штейн А.А., Логвенков С.А. Свойства и функции костных клеток: биомеханические аспекты // Современные проблемы биомеханики. – М.: Изд-во МГУ, 2000. – Вып. 10. – С. 174–224.
10. Решетов Д.Н. Детали машин. – М.: Высшая школа, 1974.
11. Garden R.S. Stability and union in subcapital fracture of the femure // Journal of Bone and Joint Surgery. – 1964. – Vol. 46B, No. 4. – P. 630–647.
12. Hegedus D.H., Cowin S.C. Bone remodeling II: small strain adaptive elasticity // Journal of Elasticity. – 1976. – Vol. 6, No. 4. – P. 337–352.
13. Homminga J. Determination of the dependence of the elastic properties of osteoporotic cancellous bone on volume fraction and fabric // Journal of Biomechanics. – 2003. – Vol. 36. – P. 1461–1467.
14. Perren S.M., Cordey J. The concept of intrafragmentary strain // Current concepts of internal fixation of fractures / ed. H.K. Uthoff, E. Stahl. – Berlin; Heidelberg; New York: Springer, 1980. – P. 63–77.
15. Sotin A.V., Akulich Yu.V., Podgayets R.M. The calculation of loads acting on the femur during normal human walking // Russian Journal of Biomechanics. – 2000. – Vol. 4, No. 1. – P. 49–61.

EFFECT OF THE GEOMETRICAL, BIOMECHANICAL AND SURGICAL FACTORS ON THE INDIVIDUAL FIXATOR TORQUE VALUES BY THE HIP NECK FRACTURE CONTROLLED OSTEOSYNTHESIS. REPORT I: PROBLEM FORMULATION

**Yu.V. Akulich, A.Yu. Akulich, A.S. Denisov, M.V. Merzlyakov, A.F. Shulyatev
(Perm, Russia)**

The bone tissue adaptation at the controlled hip neck osteosynthesis was earlier simulated under the assumption of the uniaxial stress-strain state. The hip proximal region under consideration was approximated by the set of the cylinders placed along the neck axis. This model was not able to take into account the influence of the factors such as the feature of the proximal hip form, the volumetric heterogeneity of the bone structural and mechanical properties and also the neck fracture appearance and the directions of the thread fixators in bone on the individual thread fixator torques. The determination of these relationships will be able to validate the individual surgery policy of the fracture treatment. This circumstance characterizes the presented paper as actual. The aim of this study is the formulation of the initial boundary value problem for the proximal hip spongy bone structural adaptation necessary for determination of the thread fixator torque moments, which are limited by the bone strengthening (the strengthening is estimated both at the time of fixator mounting and during the postoperative bone tissue adaptation). The newness of this problem statement consists in taking into account: 1) the individual nonhomogeneous distribution of the spherical pore radius in the assumed bone structure, the density and the elastic modulus in the proximal hip spongy bone; 2) the different fixator orientations in the bone that allows to determine the torque limiting values for each fixator and, therefore, to raise the fixation quality when these torque limiting values will be realized at the controlled osteosynthesis process. The spongy bone tissue is assumed as nonhomogeneous isotropic and the cortical bone tissue – as homogeneous anisotropic material. The necessary equations, the boundary and initial conditions of the research initial boundary value problem are presented.

Key words: hip neck fracture, controlled osteosynthesis, spongy bone tissue, 3D-simulation individual distribution of properties, structural adaptation, initial boundary value problem.

Получено 23 апреля 2013