

**А.А. Нестер<sup>1</sup>, С.П. Демчик<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>Хмельницкий национальный университет, Украина

<sup>2</sup>Ровенский государственный гуманитарный университет, Украина

## **МОДЕЛЬ ФИЛЬТРА ПОСТОЯННОГО СЕЧЕНИЯ С ОДНОРОДНОЙ ОТРАБОТКОЙ ЗАГРУЗКИ**

Рассмотрены отдельные вопросы математических моделей при фильтровании водных растворов травления печатных плат. В качестве одного из возможных путей повышения эффективности использования вместительности фильтров представлен способ однородного распределения осадка.

**Ключевые слова:** фильтрование растворов, гранулы, осадок, однородное распределение, качество фильтрата.

При восстановлении водных растворов травления печатных плат и создании малоотходных процессов использования водных ресурсов необходимо постоянное фильтрование растворов. Фильтрование через пористые среды является одним из наиболее эффективных способов решения разнообразных проблем, связанных с изъятием из жидкостей зависших и коллоидных частичек, а также примесей молекулярной и ионной степени дисперсности. Тем не менее достичь заметного прогресса в данном направлении сугубо эмпирическим путем или в пределах существующих предельно идеализированных математических моделей с привлечением только элементарных теоретических методов невозможно. Проблемы фильтрования исключительно сложны и не могут успешно решаться в пределах отдельных дисциплин, поэтому в данном случае необходим междисциплинарный подход.

Перспектива развития теории и практики процессов фильтрования через пористые среды состоит в повышении адекватности существующих математических моделей путем их обобщения, введения новых моделей, которые учитывают достижение сопредельных с водоснабжением дисциплин, и в применении к ним методов анализа, испытанных в фундаментальных областях науки. Известны лишь одиночные попытки описания работы фильтров со сложными законами функционирования в сложных технологических условиях эксплуатации.

Анализ патентной и научно-технической литературы показал, что вопросами фильтрования отработанных водных растворов вплотную не занимаются. Известны лишь отдельные теоретические работы, в которых анализируются частные случаи теории процессов фильтрования через пористые среды со сменной скоростью режима [1].

С учетом существующего положения на предприятиях целесообразно создание локальных малоотходных систем водного хозяйства, работающих в автоматическом режиме и с использованием фильтров. Но при этом для принятия эффективных решений нужно знать закономерности, по которым происходят процессы в реальных условиях. В данной работе произведена попытка установить аналитические закономерности фильтра постоянного сечения с однородной отработкой загрузки.

Фильтрация в направлении уменьшения эквивалентного диаметра гранул загрузки – один из общепризнанных методов повышения эффективности работы фильтров [2]. В сложных технологических условиях, которые изменяются, оптимальный гранулометрический состав загрузки должен был бы зависеть от времени. Тем не менее из-за сложности реализации и эксплуатации в практике фильтрования не получили широкого распространения даже фильтры с «непрерывно» неоднородной загрузкой. По этим же причинам фактически ограничиваются разными аппроксимациями оптимального гранулометрического состава загрузки, эквивалентный диаметр гранул которого «непрерывно» спадает в направлении фильтрования по определенному закону, который при этом подлежит определению, за счет использования  $n$ -пластовых фильтров. Точность аппроксимации, очевидно, тем большая, чем большее число  $n$  фильтрующих пластов. Соответственно, сложность эксплуатации  $n$ -пластовых фильтров, в частности через осложнение регенерации загрузки, с ростом  $n$  возрастает. Другими словами, в практике фильтрования наиболее распространены двухслойные фильтры.

Большие объемы фильтруемых технологических жидкостей и промышленных вод, а также высокая стоимость некоторых основных видов загрузок определяют актуальность анализа возможных путей повышения эффективности использования вместительности фильтров по условию получения фильтрата высокого качества. Из возможных способов насыщения загрузки осадка по его высоте выделим случай однородного распределения осадка. Это мотивовано тем, что при таком распределении осадка возможно наиболее полное использование вместительности загрузки при необходимом качестве фильтрата [3]. Поскольку однородное распределение осадка может быть достигнуто только в неоднородных загрузках, а основные математические модели процесса фильтрования описывают работу фильтров с однородными

загрузками, предварительно необходимо установить общие законы, за которыми функционируют фильтры с неоднородными нагрузками. Их может быть несколько типов. В частности, исходя из физического содержания коэффициентов  $\beta$  и  $\Gamma$ , можно утверждать, что математическая модель процесса фильтрования малоконцентрированных суспензий Д.М. Минца [4], а также исторически предыдущая, аналогичная за физическим содержанием и математически аналогична ей модель сорбции газа Жуховицкого, Забежинского, Тихонова [5] могут быть обобщены на случай простейших неоднородных нагрузок сорбентов с помощью учета зависимости этих коэффициентов от  $x$ . (В дальнейшем будем называть разные обобщения указанных моделей путем учета зависимости параметров фильтрования от  $x$  и  $t$  линейными моделями). Тем самым из большого количества возможных неоднородных нагрузок выделена конкретная часть, процессы в которой описываются следующей системой уравнений:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + v \frac{\partial C}{\partial x} &= 0, & (1) \\ \frac{\partial \rho}{\partial t} &= \beta(x) \left[ C - \frac{\rho}{\Gamma(x)} \right], & (2) \end{aligned} \right\}$$

с дополнительными условиями

$$C(x, t)|_{x=0} = C_0 = \text{const}, \rho(x, t)|_{t=0} = 0. \quad (3)$$

В рамках модели (1)–(3) определим вид уравнения кинетики (2), что отвечает однородному распределению осадка по высоте загрузки, а также проведем анализ принципиальной возможности одновременно обеспечить требования однородного заполнения вместительности загрузки осадком, высокого уровня ее использования и получение фильтрата заданного качества.

Важно отметить, что структура уравнений (1), (2) предусматривает, что на протяжении всего времени работы фильтра пористость его загрузки  $\varepsilon(x)$  существенно не изменяется [6]. Кроме того, система (1), (2) описывает режим фильтрования, которое устанавливается за время  $t \gg \frac{1}{v_0} \int \varepsilon(x) dx$ . Только для установленного режима фильтрования до-

пустимо требование однородного заполнения загрузки осадком, так как последнее, очевидно, означает, что концентрация осадка должна быть функцией только от времени работы фильтра. Такое требование заведомо не выполняется для начального периода работы, когда фильтр заполняется или только заполнился суспензией.

Определим структуру параметров фильтрования  $\beta(x)$  и  $\Gamma(x)$ , что отвечают однородному заполнению загрузки осадком. Другими словами, конкретизируем вид исходной системы (1), (2), что приведет к решению нужного вида. Условие, что  $\rho$  не зависит от  $x$ , совмещается с (3), задается равенством

$$\rho(t) = \int_0^t \varphi(t') dt', \quad (4)$$

где  $\varphi(t)$  – функция времени.

Это условие, которое выражает заведомо заданную информацию о свойствах решения, позволяет качественно упростить задачу (1)–(3), сводя ее к анализу обычного дифференциального уравнения вместо уравнения в частных производных. После подстановки (4) в (2) получаем уравнение для неизвестной функции  $\varphi(t)$  в виде

$$\varphi(t) = \frac{\beta(x)C_0}{1 + \frac{x\beta(x)}{\nu}} - \frac{\beta(x)}{\Gamma(x) \left[ 1 + \frac{x\beta(x)}{\nu} \right]} \int_0^t \varphi(t') dt'. \quad (5)$$

Согласно (5) первый член правой части и множитель перед интегралом должны быть постоянными. На основании этого находим выражения для  $\beta(x)$  и  $\Gamma(x)$ :

$$\beta(\tilde{x}) = \frac{\beta_0}{1 - \tilde{x}}; \quad (6)$$

$$\Gamma = \Gamma_0 = \text{const}, \quad (7)$$

где  $\beta_0 = \beta(0)$ ,  $\Gamma_0 = \Gamma(0)$  – значение кинетического коэффициента и коэффициента Генри во входном сечении загрузки;  $\tilde{x} = \frac{\beta_0 x}{\nu}$  – безраз-

мерная длина и при этом положительная определенность  $\beta(\tilde{x})$ , требует, чтобы выполнялось неравенство  $\tilde{x} < 1$ .

Решая уравнение (5) относительно  $\varphi(t)$  и используя систему (1), (2) с дополнительными условиями (3), находим явный вид зависимостей  $C(x, t)$  и  $\rho(t)$  для случая однородного заполнения загрузки осадком:

$$C(\tilde{x}, \tilde{t}) = C_0(1 - \tilde{x}e^{-\tilde{t}}), \quad \rho(\tilde{x}, \tilde{t}) = \rho_*(1 - e^{-\tilde{t}}); \quad (8)$$

$$\rho_* = \lim_{\tilde{t} \rightarrow \infty} \rho(\tilde{x}, \tilde{t}) = \Gamma_0 C_0, \quad (9)$$

где  $\tilde{t}$  – безразмерное время,  $\tilde{t} = \frac{\beta_0 t}{\Gamma}$ .

Выражения (6)–(9) вместе с условием предельного насыщения  $\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$  позволяют получить вид уравнения сорбции для рассматриваемого случая:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \beta_0 C_0 \left[ 1 - \frac{\rho(t)}{\rho_*} \right]. \quad (10)$$

Полученное уравнение по структуре напоминает уравнение кинетики сорбции в модели Шехтмана [7]. Поэтому можно сделать вывод, что искомый режим отвечает безотрывному процессу фильтрования. Он может быть реализован соответствующим выбором гранулометричного состава загрузки. Действительно, используя зависимость  $\beta = \gamma d^{-1.5}$  [6], где  $d$  – диаметр зерен загрузки,  $\gamma$  – постоянная, из выражения (10) получаем

$$d(\tilde{x}) = d(0)(1 - \tilde{x})^{\frac{2}{3}}, \quad d(0) = \left( \frac{\gamma}{\beta_0} \right)^{\frac{2}{3}}, \quad (11)$$

т.е. все пласты загрузки фильтра, диаметр зерен которого уменьшается с ростом  $\tilde{x}$  по закону (11), будут заполняться осадком одинаково.

Установим связь с коэффициентом заполнения загрузки осадком  $k$  и эффектом осветления  $\psi$ :

$$k(\tilde{t}) = \frac{\rho(\tilde{t})}{\rho_*}, \quad \psi(\tilde{t}) = 1 - \frac{C(\tilde{L}, \tilde{t})}{C_0}, \quad \tilde{L} = L \frac{\beta_0}{\nu}. \quad (12)$$

Поскольку на протяжении времени заполнения  $t_{\text{зп}}$  данной части  $k$  предельной вместительности загрузки необходимо получать фильтрат заданного качества, требуется, чтобы выполнялось равенство

$$\tilde{t}_{\text{зп}} = \tilde{t}_3, \quad (13)$$

где  $\tilde{t}_3$  – безразмерное время защитного действия фильтра.

На основании выражений (8), (9), (12), (13) можно записать:

$$\psi = p(1-k). \quad (14)$$

Здесь

$$p = L \frac{\beta_0}{\nu} < 1. \quad (15)$$

Из соотношения (14), что имеет место для любого момента времени, следует, что требование получения фильтрата высокого качества ( $\psi \rightarrow 1$ ) вступает в противоречие с требованием максимального использования вместительности загрузки ( $k \rightarrow 1$ ).

Таким образом, в случае неоднородных загрузок постоянного сечения, процесс фильтрования через которые описывается моделью (1)–(3), можно добиться однородного распределения осадка по высоте. Для этого достаточно реализовать такую зависимость сил адгезии  $F$  от  $x$ , чтобы коэффициенты  $\beta$  и  $\Gamma$  имели вид (6), (7). Тогда кинетика фильтрования будет определяться уравнением (10), а концентрации  $C$  и  $\rho$  – выражениями (8) и (9). Тем не менее такого рода загрузки, которые работают в рассмотренном режиме, не эффективны, так как высокие требования к качеству фильтрата согласно (14) не разрешают в достаточной степени использовать их вместительность. Данный вывод не исключает возможностей оптимизации процесса фильтрования путем выбора геометрии фильтра, управления свойствами загрузки по высоте и во времени, а также путем регулирования скорости фильтрования.

Дальнейшие исследования должны быть направлены на анализ разрешимости следующей важной технологической задачи: по какому закону должна изменяться скорость фильтрования, чтобы объем фильтрата удовлетворительного качества, который получается за время защитного действия фильтра  $t_3$ , был максимальным.

## Список литературы

1. Аюкаев Р.И., Грабовский П.А., Ларкина Г.М. Пути интенсификации работы фильтровальных сооружений // Химия и технология воды. – 1991. – Т. 13, № 11. – С. 1042–1047.
2. Жужиков З.А. Фильтрация. Теория и практика разделения суспензий. – М.: Химия, 1980. – 400 с.
3. Кульский Л.А. Теоретические основы и технология кондиционирования воды. – 3-е изд., перераб. и доп. – Киев: Наук. думка, 1980. – 564 с.
4. Минц Д.М. Теоретические основы технологии очистки воды. – М.: Стройиздат, 1964. – 156 с.
5. Жуховицкий А.А., Забежинский Я.Л., Тихонов А.Н. Поглощение газа из тока воздуха слоем зернистого материала // Журн. физ. химии. – 1945. – Т. 19, вып. 6. – С. 253–261.
6. Кленов В.В. Некоторые вопросы расчета фильтров // Изв. АН УзССР. Сер.: Технические науки. – 1960. – С. 55–62.
7. Шехтман Ю.М. Фильтрация малоконцентрированных суспензий. – М.: Изд-во АН СССР, 1961. – 212 с.

Получено 7.03.2013

**A.A. Nester, S.P. Demchik**

## THE MODEL OF CONSTANT CROSS SECTION FILTER WITH HOMOGENEOUS LOADING PROCESSING

The paper considers some issues of mathematical models of the filtration of aqueous etching solution for printed circuit boards. As one of the possible ways to improve the capacity of the filter using a method of the homogeneous distribution of the sediment is submitted.

**Keywords:** filter solutions, granules, sediment, the homogeneous distribution, the capacity of the filter.

*Нестер Анатолий Антонович (Хмельницкий, Украина) – кандидат технических наук, доцент Хмельницкого национального университета (29016, г. Хмельницкий, ул. Институтская, 11, e-mail: nester111@yandex.ru).*

*Демчик Светлана Петровна (Ровен, Украина) – кандидат физико-математических наук, доцент Ровенского государственного гуманитарного университета (33028, г. Ровен, ул. Степана Бандеры, 12).*

***Nester Anatoly Antonovich*** (Khmelnitsky, Ukraine) – Ph.D. of Technical Sciences, Associate Professor, Khmelnitsky National University (11, Institutskaya st., Khmelnitsky, 29016, Ukraine, e-mail: nester111@yandex.ru).

***Demchik Svetlana Petrovna*** (Rivne, Ukraine) – Ph.D. of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, Rivne State Humanitarian University (12, Stepana Bandery st., Rivne, 33028, Ukraine).