

УДК 621.771.01

А.В. Сатонин, С.С. Настоящая, В.Г. Переходченко
A.V. Satonin, S.S. Nastoyashaya, V.G. Perehodchenko

Донбасская государственная машиностроительная академия, г. Краматорск, Украина
Donbass State Engineering Academy, Kramatorsk, Ukraine

А.Г. Присяжный
A.G. Prisyagniy

Приазовский государственный технический университет, г. Мариуполь, Украина
Azov State Technical University, Mariupol, Ukraine

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ
ТОНКИХ ПОЛОС ПРИ ПРОКАТКЕ**

**MATHEMATICAL SIMULATION OF STRESS-STRAIN
STATE THIN STRIP IN THE ROLLING**

На основе рекуррентного решения конечно-разностной формы условий баланса энергетических затрат, а также условия статико-динамического равновесия, рассматриваемых в рамках выделенных элементарных объемов, полученных путем разбиения зоны пластического формоизменения по ее длине, с использованием более корректных форм аналитических описаний условий внешнего контактного трения и условия пластичности, получили развитие численные математические модели локальных и интегральных характеристик напряженно-деформированного состояния металла при горячей прокатке относительно тонких лент и полос в чистовых рабочих клетях штрипсовых и широкополосных станов.

Ключевые слова: широкополосный стан, тонкая полоса, горячая прокатка, холодная прокатка, математическая модель, локальные и интегральные характеристики напряженно-деформированного состояния.

On the basis of recurrent decision finite difference form of terms balance of power expenses and the terms of static and dynamic balance, examined within the framework of the selected elementary volumes, got by breaking up of area of plastic forming on its length, with the use of more correct forms of analytical definition of terms of external contact friction and condition of plasticity, the numeral mathematical models of local and integral adjectives of the deflected mode of metal at the hot rolling in relation to thin strips and bars got development in the finishing working train skelp and wide-strip rolling mill.

Keywords: wide-strip rolling mill, thin bar, hot rolling, cold rolling, mathematical model, local and integral adjectives of the deflected mode.

Повышение требований к объемам и степени достоверности результатов математического моделирования различных технологических схем прокатного производства делает необходимым уточнение количественных оценок, а также использование достаточно строгих аналитических описаний граничных условий очага деформации, в качестве которых следует рассматривать механические свойства прокатываемых металлов, условия внешнего трения на контактных поверхностях рабочих валков и геометрические параметры зоны упругопластического формоизменения. Применительно к процессам прокатки относительно тонких полос в настоящее время достаточно широкое распространение получили основанные на конечно-разностных подходах численные математические модели, представленные в работах [1–3] и ряде других.

С целью расширения объемов и повышения степени достоверности предоставляемой информации разработана математическая модель напряженно-деформированного состояния металла при горячей прокатке относительно тонких полос. Непосредственно математическое моделирование заключалось в разбиении очага деформации на конечное n -е множество i -х элементарных объемов и в последующем рекуррентном решении конечно-разностной формы баланса энергетических затрат, рассматриваемого в рамках каждого из них. На рис. 1 представлена расчетная схема интегрального очага деформации. Зона пластического формоизменения металла протяженностью $L_{пл}$ была разбита на зону отставания протяженностью $L_{от}$ и зону опережения протяженностью $L_{оп}$. В состав интегрального очага деформации входила и зона упругого восстановления прокатываемой полосы протяженностью $L_{уп}$.

По аналогии с методикой работы [3] осуществлялось разбиение суммарного угла контакта $\varphi_{0\Sigma}$, определяемого как сумма углов контакта с зоной пластического формоизменения φ_{01} и зоной упругого восстановления, заведомо превышающих реальные значения данных углов, т.е.

$$\varphi_{0\Sigma} = \varphi_{01} + \varphi_{02}, \quad \varphi_{01} = \arcsin\left(1,5\sqrt{R\Delta h - \Delta h^2/4}/R\right), \quad \varphi_{02} = 0,3\varphi_{01}.$$

Разбиение на конечное n -е множество i -х элементарных объемов, имеющих угловые характеристики для начального φ_{i1} и для конечных φ_{i2} граничных сечений осуществляли по следующей схеме решения (см. рис. 1, б):

$$\Delta\varphi = \varphi_{0\Sigma}/n, \quad \varphi_{i1} = \varphi_{01} - \Delta\varphi(i-1), \quad \varphi_{i2} = \varphi_{i1} - \Delta\varphi = \varphi_{01} - \Delta\varphi i,$$

а геометрические координаты, имеющие свое начало в вертикальной плоскости параллельной осям рабочих валков и соответствующие углу φ_{02} , определяли по формулам

$$x_{i1} = R \sin \varphi_{i1},$$

$$x_{i2} = R \sin \varphi_{i2}.$$

Для первой итерационной процедуры рабочие валки принимались абсолютно жесткими, исходя из чего определялись текущие значения межвалкового зазора для начального h_{xi1} и конечного h_{xi2} граничных сечений каждого отдельного выделенного i -го элементарного объема:

$$h_{xi1} = h_1 + 2R(1 - \cos \varphi_{i1}),$$

$$h_{xi2} = h_1 + 2R(1 - \cos \varphi_{i2}).$$

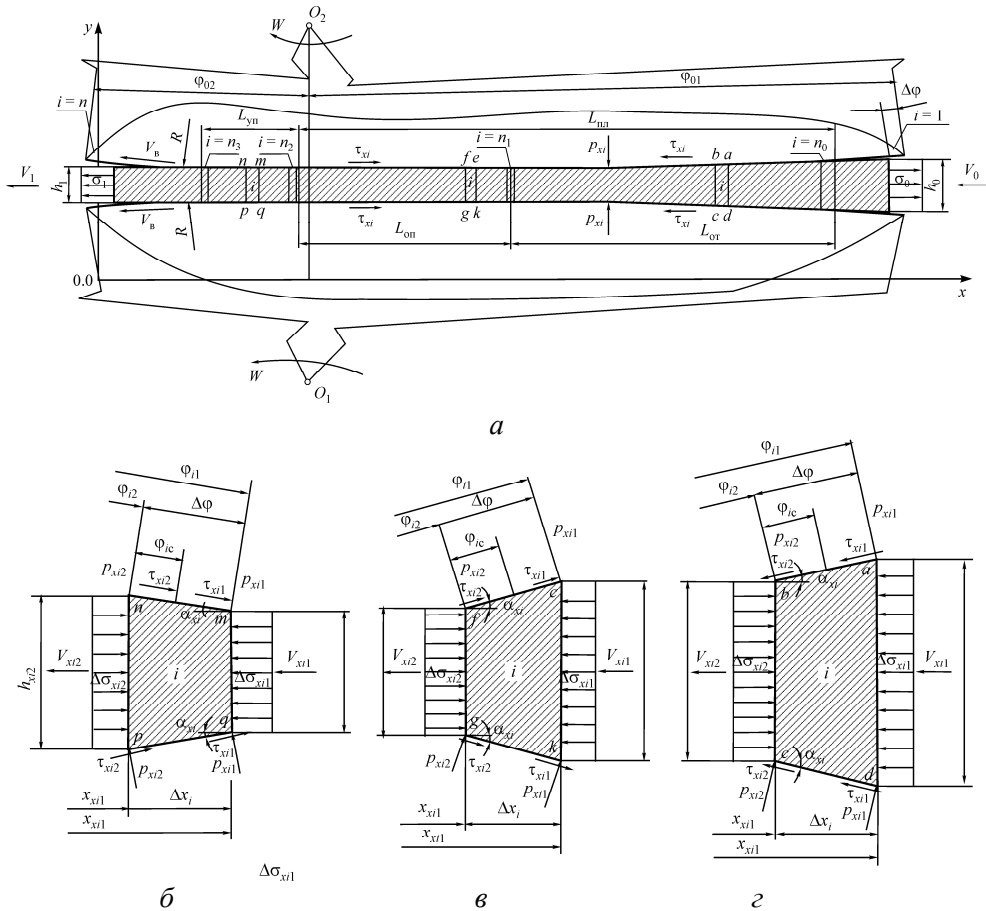


Рис. 1. Расчетная схема интегрального очага деформации применительно к численному конечно-разностному математическому моделированию напряженно-деформированного состояния металла при горячей прокатке относительно тонких полос (а), а также расчетные схемы элементарных объемов, выделенных в зоне упругого восстановления (б), в зоне опережения (в) и в зоне отставания (з) очага деформации

В рамках проведенного численного математического моделирования были приняты следующие допущения:

- пластическая деформация прокатываемой полосы является плоской и установившейся во времени;
- кинематика пластического течения металла в очаге деформации подчиняется гипотезе плоских сечений [4], а все граничные сечения очага деформации являются вертикальными;
- нормальные осевые напряжения σ_x и показатели удвоенного сопротивления сдвигу прокатываемого металла $2K_{xi}$ изменяются только по длине очага деформации;
- изменение текущих значений толщин $h_{xi} = h_{xi1} \dots h_{xi2}$, нормальных контактных $p_{xi} = p_{xi1} \dots p_{xi2}$ и касательных контактных напряжений $\tau_{xi} = \tau_{xi1} \dots \tau_{xi2}$ по длине каждого отдельного выделенного i -го элементарного объема линейно;
- аналитическое описание касательных контактных напряжений подчиняются закону трения Леванова и Колмогорова [5], в соответствии с чем ее численная интерпретация имеет вид:

$$\begin{aligned}\tau_{xi1} &= 2K_{xi1} \mu_{xi1} \left(1 - \exp(-1,25 p_{x(i-1)1} / \sigma_{x(i-1)1})\right), \\ \tau_{xi2} &= 2K_{xi2} \mu_{xi2} \left(1 - \exp(-1,25 p_{xi1} / \sigma_{si1})\right),\end{aligned}\quad (1)$$

где $2K_{xi1}$, $2K_{xi2}$ – удвоенные значения сопротивления сдвигу прокатываемого металла в начальном и конечном граничных сечениях выделенного i -го элементарного объема [5]; $V_{xi1(2)}$ – скорости перемещения прокатываемого металла в начальном и конечном граничных сечениях выделенного i -го элементарного объема [6], $V_{xi1(2)} = V_1 h_1 / h_{xi1(2)}$; p_{xi1} , σ_{si1} – нормальные контактные напряжения и напряжения текучести прокатываемого металла для начального граничного сечения i -го элементарного объема; μ_{xi2} – текущее по длине очага деформации значение коэффициента пластического трения, определяемое в зависимости от геометрической координаты x_{i2} дифференцированно для зоны отставания и зоны опережения.

Принимая за основу полную форму записи условия пластичности [4] при плоской деформации и учитывая аналитическое описание величины касательных контактных напряжений τ_{xi2} (1) по отношению к нормальным осевым напряжениям σ_{xi2} , можно получить

$$\sigma_{xi2} = p_{xi2} - \sqrt{4K_{xi2}^2 - \left\{ \mu_{xi2} \left| 2K_{xi2} \left[1 - \exp(-1,25 p_{xi1} / \sigma_{si1}) \right] \right. \right\}^2} =$$

$$= p_{xi2} - 2K_{xi2} \sqrt{1 - \left\{ \mu_{xi2} \left[1 - \exp(-1,444 p_{xi1} / 2K_{xi1}) \right] \right\}^2} = p_{xi2} - 2K_{xi2} a_{\mu xi2},$$

где $a_{\mu xi2} = \sqrt{1 - \left\{ \mu_{xi2} \left[1 - \exp(-1,444 p_{xi1} / 2K_{xi1}) \right] \right\}^2}$ – вспомогательная переменная, используемая для упрощения дальнейшей формы записи.

Приняв за основу уравнение баланса энергетических затрат [3], получим

$$\begin{aligned} & \sigma_{xi1} h_{xi1} V_{xi1} + \frac{\tau_{xi1} + \tau_{xi2}}{2 \cos \alpha_{xi}} \Delta x_i V_B = \sigma_{xi2} h_{xi2} V_{xi2} + \\ & + \frac{1}{2} \left[\tau_{xi1} \left(V_B - \frac{V_{xi1}}{\cos \alpha_{xi}} \right) + \tau_{xi2} \left(V_B - \frac{V_{xi2}}{\cos \alpha_{xi}} \right) \right] \frac{\Delta x_i}{\cos \alpha_{xi}} + \\ & + \frac{1}{2} K_{\Lambda} (2K_{xi1} + 2K_{xi2}) h_{xi2} \ln \left(\frac{h_{xi1}}{h_{xi2}} \right) V_{xi2} + \rho_m \frac{h_{xi1} + h_{xi2}}{2} \Delta x_i a_{xi} V_{xi2}, \end{aligned} \quad (2)$$

где положительные значения нормальных осевых напряжений σ_{xi1} и σ_{xi2} соответствуют напряжениям сжатия; Δx_i – шаг разбиения очага деформации, $\Delta x_i = x_{i1} - x_{i2}$; V_B – окружная скорость вращения рабочих валков; α_{xi} – текущее значение угла контакта на рабочем валке, величина которого весьма незначительна, $\cos \alpha_{xi} \approx 1,0$; K_{Λ} – коэффициент немонотонности пластической деформации; ρ_m , a_{xi} – плотность металла прокатываемой полосы и величина его ускорения, имеющего место в рамках выделенного i -го элементарного объема [3].

На основе зависимости (2) после соответствующих математических преобразований по отношению к искомой величине нормальных контактных напряжений p_{xi2} в окончательном виде получим

$$\begin{aligned} p_{xi2} = & \left\{ \sigma_{xi1} + 2K_{xi2} a_{\mu xi2} + 0,5 (\tau_{xi1} / h_{xi1} + \tau_{xi2} / h_{xi2}) \Delta x_i - \right. \\ & - 0,5 K_{\Lambda} (2K_{xi1} + 2K_{xi2}) \ln (h_{xi1} / h_{xi2}) - \\ & \left. - 0,25 \rho_m (h_{xi1} + h_{xi2}) V_1^2 h_1^2 (1/h_{xi2}^2 - 1/h_{xi1}^2) / h_{xi2} \right\}. \end{aligned} \quad (3)$$

Следует указать, что решение, аналогичное (3), может быть получено не только исходя из условия баланса энергетических затрат, но и исходя из условия статико-динамического равновесия всех сил, действующих в рамках выделенного i -го элементарного объема (см. рис. 1, в, з) [4]. Трансформированная аналитическая форма записи данного условия по отношению к искомой величине нормальных контактных напряжений p_{xi2} имеет вид

$$p_{xi2} = \left\{ 2 \left[\sigma_{xi1} h_{xi1} + 2K_{xi2} a_{\mu xi2} h_{xi2} + (\tau_{xi1} + \tau_{xi2}) \Delta x_i \right] + p_{xi1} (h_{xi1} - h_{xi2}) - \right. \\ \left. - \rho_m (h_{xi1} + h_{xi2}) \Delta x_i \left(V_{xi2}^2 - V_{xi1}^2 \right) / (2 \Delta x_i) \right\} / (h_{xi1} + h_{xi2}).$$

Последующий расчет напряженного состояния металла в зоне упругого восстановления прокатываемой полосы осуществляли на основе численного рекуррентного решения конечно-разностной формы условия статического равновесия выделенного i -го элементарного объема (см. рис. 1, б):

$$\sigma_{xi2} h_{xi2} - \sigma_{xi1} h_{xi1} - 0,5(p_{xi1} + p_{xi2})(h_{xi2} - h_{xi1}) - (\tau_{xi1} + \tau_{xi2}) \Delta x_i = 0, \quad (4)$$

где величина нормальных контактных напряжений для конечного граничного сечения

$$p_{xi2} = (h_{xi2} - h_{xi1}) E_n / \left[h_1 (1 - \omega_n^2) \right],$$

где ω_n , E_n – коэффициент Пуассона и модуль упругости прокатываемой полосы.

Решив уравнение (4) относительно нормальных осевых напряжений σ_{xi2} , получим основное уравнение рекуррентной схемы решения напряженного состояния металла в зоне упругого восстановления прокатываемой полосы:

$$\sigma_{xi2} = \left\{ \sigma_{xi1} h_{xi1} + 0,5(p_{xi1} + p_{xi2})(h_{xi2} - h_{xi1}) + (\tau_{xi1} + \tau_{xi2}) \Delta x_i \right\} / h_{xi2}.$$

По мере определения реального значения протяженности зоны опережения $L_{оп}$ (см. рис. 1, а) и соответствующих ей значений всех локальных характеристик напряженного состояния металла производили организацию еще одной итерационной процедуры, обеспечивающей учет упругого сплющивания рабочих валков. С этой целью на основе численной интерпретации методики И.Я. Штаермана [3] производили расчет упругих радиальных перемещений образующих поверхностей рабочих валков для начального W_{xi1} и конечного W_{xi2} граничных сечений каждого отдельного i -го элементарного объема:

$$W_{xi1} = \frac{R}{E_B} \sum_{i=1}^n \frac{p_{xi1} + p_{xi2}}{2} \left\{ 1 - \frac{2(1 - \omega_B^2)}{\pi} \left[1 + \cos(\varphi_{i1} - \varphi_{ic}) \times \right. \right. \\ \left. \left. + \ln \operatorname{tg} \frac{|\varphi_{i1} - \varphi_{ic}|}{2} \right] + \frac{(1 + \omega_B)(1 - 2\omega_B)}{2} \sin(|\varphi_{i1} - \varphi_{ic}|) \right\} \Delta \varphi + K_w p_{xi1}; \quad (5)$$

$$W_{xi2} = \frac{R}{E_B} \sum_{i=1}^n \frac{P_{xi1} + P_{xi2}}{2} \left\{ 1 - \frac{2(1-\omega_B^2)}{\pi} \left[1 + \cos(\varphi_{i2} - \varphi_{ic}) \times \right. \right. \\ \left. \left. \times \ln \operatorname{tg} \frac{|\varphi_{i2} - \varphi_{ic}|}{2} \right] + \frac{(1+\omega_B)(1-2\omega_B)}{2} \sin(|\varphi_{i2} - \varphi_{ic}|) \right\} \Delta\varphi + K_w P_{xi2}, \quad (6)$$

где φ_{ic} – усредненное значение угла контакта для данного i -го элементарного объема, по отношению к которому осуществляется численное интегрирование, $\varphi_{ic} = (\varphi_{i1} + \varphi_{i2})/2$; ω_B , E_B – коэффициент Пуассона и модуль упругости материала рабочих валков; K_w – коэффициент пропорциональности, являющийся упругой характеристикой контактных поверхностей рабочих валков [3].

Учитывая упругие перемещения образующих поверхностей рабочих валков, количественные оценки W_{xi1} , W_{xi2} которых получены на основе формул (5) и (6), принимая во внимание очевидные геометрические соотношения интегрального очага деформации (см. рис. 1), осуществляли перерасчет текущих значений толщин прокатываемых полос h_{xi1} и h_{xi2} :

$$h_{xi1} = h_1 + 2R - (R - W_{xi1}) \cos \varphi_{i1} - \delta O_1 O_2, \quad (7)$$

$$h_{xi2} = h_1 + 2R - (R - W_{xi2}) \cos \varphi_{i2} - \delta O_1 O_2, \quad (8)$$

где $\delta O_1 O_2$ – вводимая поправка первоначальной величины межцентрового расстояния $O_1 O_2$, определяемая исходя из условия $h_{x\min} = h_1$.

По мере определения новых значений h_{xi1} , h_{xi2} по формулам (7) и (8) производили расчет локальных характеристик напряженного состояния металла при данных текущих значениях толщин.

Рассматриваемая математическая модель включала в себя итерационный расчет силы, моментов и мощности прокатки. Помимо этого, был проведен расчет величины опережения, текущих и результирующих значений степени использования запаса пластичности, показателя напряженного состояния металла, а также величины напряжений переднего натяжения прокатываемой полосы и других параметров.

В качестве примеров результатов численной реализации полученной математической модели на рис. 2 представлены расчетные распределения локальных и интегральных характеристик напряженного состояния металла в зависимости от конечной толщины h_1 и температуры прокатываемой полосы t .

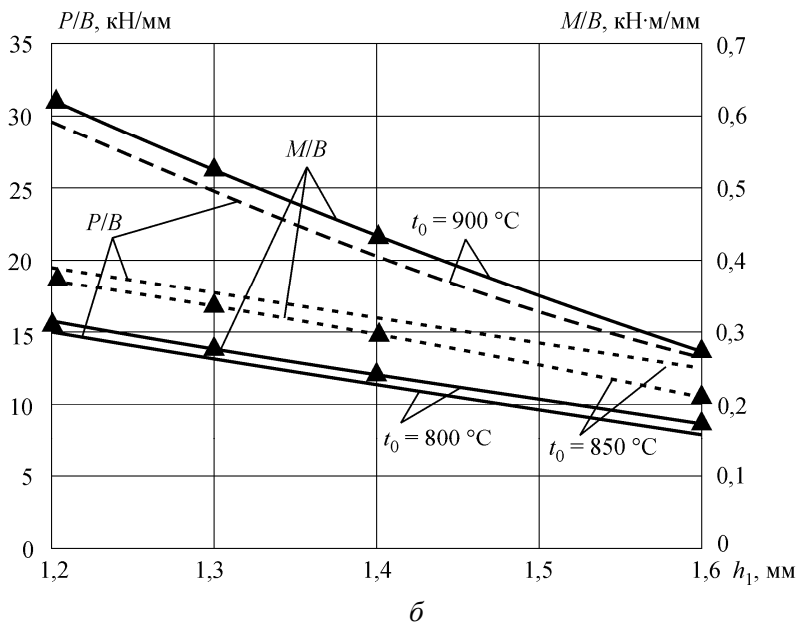
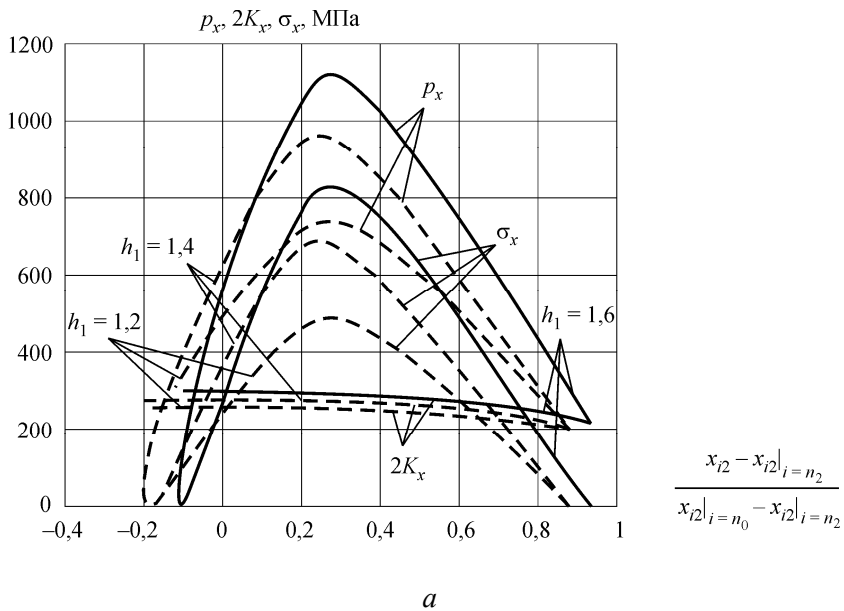


Рис. 2. Расчетные распределения локальных ($a - t_0 = 900\text{ }^\circ\text{C}$) и интегральных (\bar{b}) характеристик напряженного состояния металла при горячей прокатке относительно тонких полос в зависимости от конечной толщины h_1 и температуры t_0 (сталь 45, $h_0 = 2,0$ мм, $R = 350$ мм, $\mu = 0,35$, $V_1 = 10$ м/с). P/B , M/B – приведенные к единице ширины проката сила и момент прокатки

Таким образом, распределение интегральных и локальных характеристик напряженного состояния носит довольно сложный характер, что подтверждает целесообразность использования численного подхода.

Список литературы

1. Мазур В.Л., Ноговицын А.В. Теория и технология тонколистовой прокатки (численный анализ и технические приложения). – Днепропетровск: РВА «Дніпро-VAL», 2010. – 500 с.

2. Сатонин А.В. Численная одномерная математическая модель процесса прокатки относительно тонких композиционных листов и полос, основанная на энергетическом подходе // Удосконалення процесів та обладнання обробки тиском в металургії і машинобудуванні / ДДМА. – Краматорськ, 1998. – С. 36–41.

3. Федоринов В.А., Сатонин А.В., Грибков Э.П. Математическое моделирование напряжений, деформаций и основных показателей качества при прокатке относительно широких листов и полос / ДГМА. – Краматорск, 2010. – 243 с.

4. Целиков А.И., Никитин Г.С., Рокотян С.Е. Теория продольной прокатки. – М.: Металлургия, 1980. – 320 с.

5. Контактное трение в процессах обработки металлов давлением / А.Н. Леванов [и др.]. – М.: Металлургия, 1976. – 416 с.

6. Сатонин А.В., Настоящая С.С., Переходченко В.А. Исследование напряженно-деформированного состояния металла при горячей прокатке относительно тонких полос // Обработка материалов давлением: сб. науч. тр. / ДГМА. – Краматорск, 2011. – № 3 (28). – С. 23–28.

Получено 1.11.2012

Сатонин Александр Владимирович – доктор технических наук, профессор, Донбасская государственная машиностроительная академия (84313, Украина, Донецкая обл., г. Краматорск, ул. Шкадинова, 72, e-mail: amm@dgma.donetsk.ua).

Настоящая Светлана Сергеевна – аспирант, Донбасская государственная машиностроительная академия (84313, Украина, Донецкая обл., г. Краматорск, ул. Шкадинова, 72, e-mail: amm@dgma.donetsk.ua).

Переходченко Виктор Александрович – аспирант, Донбасская государственная машиностроительная академия (84313, Украина, Донецкая обл., г. Краматорск, ул. Шкадинова, 72, e-mail: amm@dgma.donetsk.ua).

Присяжный Андрей Григорьевич – старший преподаватель, Приазовский государственный технический университет (87500, Украина, Донецкая обл., г. Мариуполь, ул. Университетская, 7, e-mail: amm@dgma.donetsk.ua).

Satonin Aleksandr Vladimirovich – Doctor of Technical Sciences, Professor, Donbass State Engineering Academy (84313, Ukraine, Donetsk region, Kramatorsk, Shkadinova st., 72, e-mail: amm@dgma.donetsk.ua).

Nastoyashaya Svetlana Sergeevna – Graduate Student, Donbass State Engineering Academy (84313, Ukraine, Donetsk region, Kramatorsk, Shkadinova st., 72, e-mail: amm@dgma.donetsk.ua).

Perehodchenko Viktor Aleksandrovich – Graduate Student, Donbass State Engineering Academy (84313, Ukraine, Donetsk region, Kramatorsk, Shkadinova st., 72, e-mail: amm@dgma.donetsk.ua).

Prisyagniy Andrey Grigoryevich – Associate Professor, Azov State Technical University (87500, Ukraine, Donetsk region, Mariupol, Universitetskaya st., 7, e-mail: amm@dgma.donetsk.ua).