УДК: 533.6, 629.0

М.Ю. Егоров, Я.В. Егоров

Пермский государственный технический университет

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ НИЗКОЧАСТОТНОЙ АКУСТИЧЕСКОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ В ДВУХКАМЕРНОМ РДТТ

Abstract

In offered work in three-dimensional cylindrical statement by realization of direct computing experiment the real oscillatory process is reproduced and the mechanism of occurrence and support of low-frequency acoustic instability in the rocket engine on firm fuel with the complex (compound) chamber of combustion tandem of a type is investigated. The direct numerical modeling will be carried out by the Davydov's method (method of large particles), it is good itself recommending at the decision of many tasks of the mechanics of continuous environments. The results of numerical accounts are resulted. The results will well be coordinated to experimental data. The deeply nonlinear nature of low-frequency acoustic fluctuations of pressure and draft connected to structure and character of current in the chamber of combustion of the rocket engine on firm fuel proves to be true gas dynamics.

Проблема неустойчивости рабочего процесса в различных её проявлениях возникла одновременно с началом разработки и эксплуатации первых ракетных двигателей на твёрдом топливе (и не только на твёрдом топливе!) и имеет свою богатую драматическими ситуациями историю [1-6 и др.]. Более чем за пятидесятилетний период исследований в этом направлении актуальность проблемы и необходимость её дальнейшего изучения не уменьшилась [4-6 и др.]. Больше того, в настоящее время в связи с разработкой РДТТ нового поколения с высокими энергомассовыми, эксплуатационными и другими характеристиками актуальность проблемы обострилась [7-10,14 и др.].

Неустойчивость рабочего процесса в ракетном двигателе на твёрдом топливе в общем случае может иметь акустическую и неакустическую природу [3,4,6 и др.]. Акустическая неустойчивость рабочего процесса в двигателе связана с появлением периодических низко- и высокочастотных колебаний давления в камере сгорания и тяги двигателя [4,6 и др.]. Частота акустических колебаний обычно совпадает (или близка) с акустическими модами камеры сгорания в продольном, поперечном или тангенциальном направлениях. Акустическая неустойчивость рабочего процесса характеризуется постепенным возрастанием колебаний давления и тяги двигателя от очень малых значений амплитуды до значительных и в дальнейшем, если нет их побочного влияния на работу двигателя, таким же постепенным убыванием (заметим, что здесь не нужно путать термины «акустическая неустойчивость» и «акустическое приближение», первый характеризует нелинейный колебательный процесс со значительной амплитудой колебаний, второй – линейные колебания с малой амплитудой колебаний).

Низкочастотные акустические колебания давления в камере сгорания и тяги ракетного двигателя на твёрдом топливе с примерным диапазоном частот $f \approx 20 - 2000 \, \Gamma$ ц проявляются в основном в продольном направлении камеры

сгорания. Высокочастотные колебания давления с диапазоном частот $f > 2000 \, \Gamma$ ц проявляются в поперечном и тангенциальном направлениях камеры сгорания.

Низкочастотная акустическая неустойчивость в РДТТ имеет газодинамическую нелинейную природу, о чём убедительно свидетельствуют экспериментальные (натурные и лабораторные) и теоретические исследования [7-14 и др.]. Наиболее значимый вклад в низкочастотную акустическую неустойчивость вносит работа инерционно-массовых сил потока продуктов сгорания при его нерегулярном взаимодействии с камерой сгорания и соплом [10-13]. Высокочастотная акустическая неустойчивость различных типов чаще всего является следствием взаимодействия резонансных волн, генерируемых в камере сгорания ракетного двигателя, с горящей поверхностью заряда твёрдого топлива [3,4 и др.].

Наибольшую опасность сегодня представляет низкочастотная акустическая режима работы РДТТ. Такой ТИП неустойчивости неустойчивость может характеризоваться значительным отклонением давления от среднего значения, что может быть причиной разрушения ракетного двигателя. Даже если отклонения давления не очень значительны, характеристики ракетного двигателя все равно ухудшаются вследствие переходного (нерасчётного) режима его работы. Другим нежелательным эффектом может быть передача периодических колебательных нагрузок (малой амплитуды, но в течение длительного времени) от двигателя, при его относительно нормальной работе, на ракетную систему в целом. В данном случае колебательные нагрузки могут интенсивно воздействовать на элементы конструкции и оборудование ракеты (систему управления, бортовую ЭВМ, полезную нагрузку и т.д.) и даже вывести их из строя. Кроме того, низкочастотная акустическая неустойчивость может быть источником интенсивных демаскирующих шумов.

Современный ракетный двигатель на твёрдом топливе _ сложная высоконагруженная и теплонапряжённая конструкция. Процессы, протекающие в камере сгорания ракетного двигателя, обычно характеризуются широким спектром скоростей потока (от зон полного торможения до транс- и сверхзвука), высокой температурой и значительным рабочим давлением, а также сложным многофазным (гетерогенным) составом продуктов сгорания. Прямое экспериментальное исследование работы таких систем (постановка эксперимента для исследования низкочастотной акустической неустойчивости требует натурного масштабного моделирования) с замером параметров рабочего процесса в камере сгорания связано со значительными техническими и финансовыми трудностями, большими затратами времени. Получаемая экспериментальная информация обычно скупая и неполная. В связи с этим для исследования низкочастотной акустической неустойчивости в РДТТ целесообразно использовать методы численного математического моделирования.

В настоящее время в отрасли появление низкочастотной акустической неустойчивости плохо прогнозируется и не поддаётся прямому численному расчёту (не воспроизводится в расчёте реальный колебательный процесс в камере сгорания РДТТ). Имеются только косвенные достаточно приближённые методики оценки возможности возникновения низкочастотных акустических колебаний давления в ракетных двигателях определённой типовой конструкции [8,9,14 и др.]. Данные методики позволяют определить только частоты и формы (моды) колебаний давления в камере сгорания, но по ним невозможно определить амплитуду пульсаций давления и тяги двигателя, что в данном случае является определяющим фактором. Присутствие пульсирующего течения в камере сгорания само по себе не является нежелательным эффектом, нежелательна для двигателя высокая амплитуда пульсаций давления и тяги.

В работах [10-13] впервые путём постановки прямого численного эксперимента воспроизводится в полном объёме реальный колебательный процесс (определяются

мода, частота и амплитуда колебаний) и исследуется механизм возникновения и подпитки низкочастотной акустической неустойчивости в РДТТ с камерой сгорания относительно простой формы. В предлагаемой работе (в продолжение [10-13]) численно исследуется процесс течения в двухкамерном РДТТ тандемного типа, также имеющим склонность к генерации низкочастотных пульсаций давления и тяги.

Для математического описания процесса течения в камере сгорания и сопле ракетного двигателя на твёрдом топливе будем использовать подходы механики сплошных многофазных сред [15,16 и др.]. Газообразные продукты сгорания твёрдого топлива назовём первой фазой. Твёрдые сгоревшие частицы (окисел алюминия) – второй фазой. Первую и вторую фазы будем считать гетерогенной смесью со своими температурами и скоростями движения. В такой системе каждая фаза занимает часть объёма α , $(1-\alpha)$. Движение рассматривается смеси: их как лвижение взаимопроникающих и взаимодействующих сред. Дополнительно для моделируемой задачи примем следующие допущения: с пространственной точки зрения будем изучать процесс течения в трёхмерной цилиндрической постановке; будем рассматривать газообразные продукты сгорания как идеальный полностью прореагировавший газ; дожигание металлизированной твёрдой фазы (частиц алюминия) в камере сгорания двигателя не учитывается; не учитываются также агломерация и дробление сгоревшей твёрдой фазы (окисел алюминия) в процессе движения по камере сгорания и соплу.

С учётом перечисленных выше допущений полная нестационарная система вихревых дифференциальных уравнений газовой динамики для гетерогенного потока (газ + твёрдые частицы) в камере сгорания и сопле ракетного двигателя на твёрдом топливе запишется в виде:

- уравнения неразрывности (сохранения массы)

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho_1 \mathbf{W}_1) = G_{gw};$$

$$\frac{\partial \rho_2}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho_2 \mathbf{W}_2) = G_{pw};$$
(1)

- уравнения сохранения импульса по осям координат

$$\frac{\partial(\rho_{1}u_{1})}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho_{1}u_{1}\mathbf{W}_{1}) + \alpha \cdot \frac{\partial p}{\partial x} = -\tau_{x} + W_{x} \cdot G_{gw};$$

$$\frac{\partial(\rho_{1}v_{1})}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho_{1}v_{1}\mathbf{W}_{1}) + \alpha \cdot \frac{\partial p}{\partial r} - \frac{\rho_{1} \cdot w_{1} \cdot w_{1}}{r} = -\tau_{r} + W_{r} \cdot G_{gw};$$

$$\frac{\partial(\rho_{1}w_{1})}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho_{1}w_{1}\mathbf{W}_{1}) + \alpha \cdot \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial p}{\partial \varphi} + \frac{\rho_{1} \cdot v_{1} \cdot w_{1}}{r} = -\tau_{\varphi} + W_{\varphi} \cdot G_{gw};$$

$$\frac{\partial(\rho_{2}u_{2})}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho_{2}u_{2}\mathbf{W}_{2}) + (1-\alpha) \cdot \frac{\partial p}{\partial x} = \tau_{x} + W_{x} \cdot G_{pw};$$

$$\frac{\partial(\rho_{2}v_{2})}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho_{2}v_{2}\mathbf{W}_{2}) + (1-\alpha) \cdot \frac{\partial p}{\partial r} - \frac{\rho_{2} \cdot w_{2} \cdot w_{2}}{r} = \tau_{r} + W_{r} \cdot G_{pw};$$

$$\frac{\partial(\rho_{2}w_{2})}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho_{2}w_{2}\mathbf{W}_{2}) + (1-\alpha) \cdot \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial p}{\partial \varphi} + \frac{\rho_{2} \cdot v_{2} \cdot w_{2}}{r} = \tau_{\varphi} + W_{\varphi} \cdot G_{pw};$$

$$\frac{\partial(\rho_{2}w_{2})}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho_{2}w_{2}\mathbf{W}_{2}) + (1-\alpha) \cdot \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial p}{\partial \varphi} + \frac{\rho_{2} \cdot v_{2} \cdot w_{2}}{r} = \tau_{\varphi} + W_{\varphi} \cdot G_{pw};$$

- уравнения сохранения удельной энергии

$$\frac{\partial(\rho_2 J_2)}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho_2 J_2 \mathbf{W}_2) = q + J_{pw} \cdot G_{pw};$$

$$\frac{\partial(\rho_1 E_1)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_2 E_2)}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho_1 E_1 \mathbf{W}_1) + \operatorname{div}(\rho_2 E_2 \mathbf{W}_2) + div(\alpha p \mathbf{W}_1) + \operatorname{div}[(1 - \alpha)p \mathbf{W}_2] = J_{gw} \cdot G_{gw} + J_{pw} \cdot G_{pw},$$
(3)

где для цилиндрической системы координат –

$$\operatorname{div}(\boldsymbol{\xi}\mathbf{W}_{i}) = \frac{\partial(\boldsymbol{\xi}\boldsymbol{u}_{i})}{\partial \boldsymbol{x}} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial(\boldsymbol{r}\boldsymbol{\xi}\boldsymbol{v}_{i})}{\partial \boldsymbol{r}} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial(\boldsymbol{\xi}\boldsymbol{w}_{i})}{\partial \boldsymbol{\varphi}},$$

$$\boldsymbol{\xi} = \left[\boldsymbol{\rho}_{i}, \boldsymbol{\rho}_{i}\boldsymbol{u}_{i}, \boldsymbol{\rho}_{i}\boldsymbol{v}_{i}, \boldsymbol{\rho}_{i}\boldsymbol{w}_{i}, \boldsymbol{\rho}_{2}\boldsymbol{J}_{2}, \boldsymbol{\rho}_{i}\boldsymbol{E}_{i}, \boldsymbol{\alpha}\boldsymbol{p}, (1-\boldsymbol{\alpha})\boldsymbol{p}\right]; \quad i = (1,2).$$

Для замыкания системы дифференциальных уравнений (1) – (3) будем использовать уравнение состояния в виде

$$p = (k-1) \cdot \rho_1^u \cdot \left(E_1 - \frac{W_1^2}{2} \right).$$
 (4)

В (1) – (4) приняты следующие обозначения: E – полная удельная энергия; G – расходно-приходный комплекс; g – газ; J – удельная внутренняя энергия; k – показатель адиабаты; p – давление, индекс частиц; q – функция теплового межфазного взаимодействия; r – координата вдоль оси ∂R , радиус; t – время; u – скорость вдоль оси ∂R ; W – вектор скорости; W – модуль вектора скорости; w – скорость вдоль оси ∂q , индекс поверхности горения; x – координата вдоль оси ∂X ; ρ – плотность; τ - функция силового межфазного взаимодействия; ϕ – координата вдоль оси $\partial \phi$; μ – истинное значение параметра.

Подробная расшифровка правых частей уравнений системы (1) – (3) дана в [12].

Базовая система уравнений (1) – (4) интегрировалась численно с помощью метода Давыдова (метода крупных частиц) – метода постановки прямого численного эксперимента, хорошо себя зарекомендовавшего при решении многих задач механики сплошных сред [10-13,17-21 и др.]. В расчётах использовалась явная параметрическая (пять параметров) полностью консервативная конечно-разностная схема метода. Применялась равномерная ортогональная расчётная сетка. На нерегулярных (не совпадающих с расчётной сеткой) границах области интегрирования использовался аппарат дробных ячеек в новой трактовке. Приход с поверхности горения заряда твёрдого топлива осуществлялся путём «впрыска» в расчётные ячейки, геометрически расположенные на поверхности горения, продуктов сгорания с заданными изменяемыми во времени параметрами.

Для проведения численных расчётов создан комплекс прикладных программ SATURN-XRF2. Комплекс прикладных программ написан на алгоритмическом языке программирования C/C++ с использованием программного продукта (среды разработки) Development Environment KDevelop Version 3.0 (компилятор G++) для рабочей станции конфигурации – ASUS-SK8V-AMD64-Athlon-FX-53-DDR400-2Gb с операционной системой SUSE LINUX Professional Version 9.1 64-bit for AMD64.

Приведём некоторые результаты расчётов нестационарного переходного низкочастотного акустического пульсирующего течения в сложной (составной) камере сгорания ракетного двигателя на твёрдом топливе тандемного типа (КС1 + КС2). Ракетный двигатель двухрежимный (осуществляются два включения). Расчётный режим – при втором включении (работает КС2 через четыре газохода в КС1 и далее в сопловой блок). Основные параметры расчёта: шаг интегрирования по оси $\partial X - \Delta x = 0,0025 \,\mathrm{m}$, шаг интегрирования по оси $\partial R - \Delta r = 0,0025 \,\mathrm{m}$, шаг интегрирования по

оси 0 $\phi - \Delta \phi = 4,5^{\circ}$, шаг интегрирования по времени – $\Delta t = 5,0 \cdot 10^{-7}$ с. В силу осевой цилиндрической симметрии рассматривается течение в половине объёма двигателя (половина сечения в плоскости $R0\phi$). Непосредственно в области интегрирования (свободном объёме КС2, газоходах, соединяющих КС2 и КС1, свободном объёме КС1 и сопловом блоке) размещено ~ 3650000 расчётных ячеек. Один шаг интегрирования по времени реализуется рабочей станцией за ~ 14 с процессорного времени. Рассматривается течение продуктов сгорания в ракетном двигателе твёрдого топлива на момент времени его работы (при втором включении) $t \approx 0,08 - 0,12$ с.

Решается задача на установление потока в камерах сгорания (КС1, КС2), газоходах и сопловом блоке. Время релаксации большей по объёму камеры сгорания (КС1) $t_k = 0,045$ с. Таким образом, ориентировочно при времени счёта $t > t_k$ пульсирующее течение можно считать в основном установившимся.

В процессе вычисления отдельно в особых точках (или сечениях) отслеживалось изменение во времени давления в КС2, в КС1 и тяги двигателя. Давление фиксировалось в районе переднего и заднего днища каждой камеры сгорания. Тяга фиксировалась на срезе сопла (путём интегрирования параметров потока по площади выходного сечения сопла).

Для рассматриваемого РДТТ расчётным путём установлено следующее. КС2 работает в стационарном установившемся режиме без пульсаций давления. Низкочастотного акустического колебательного процесса здесь нет. В КС1, наоборот, устойчиво реализуется низкочастотное акустическое пульсирующее течение. Ha рис. 1-2 показаны соответственно изменение во времени давления в районе переднего днища КС1 (P_3) и изменение во времени давления в районе заднего днища КС1 (P_4). прописывается низкочастотная Достаточно чётко несущая составляющая колебательного процесса, правда, с высокочастотным, возможно, паразитным сигналом. Высокочастотная составляющая, скорее всего, порождается вычислительной неустойчивостью. Частота пульсаций давления в КС1 и тяги двигателя лежит в пределах $f = 130 - 135 \, \Gamma$ ц. Относительная амплитуда колебаний давления (P) и тяги (R) двигателя (по максимальному отклонению параметра в рамках одного периода колебаний) составляет величину $A_{PR} \approx 3,0-5,0\%$.



Рис. 1. Изменение во времени давления (P_3) в районе переднего днища КС1



Рис. 2. Изменение во времени давления (P_4) в районе заднего днища КС1

Оценка собственной частоты акустических колебаний для первой продольной моды по $f = a/(2 \cdot L)$ [6,9] для КС1 даёт - f = 132 Гц. Расчётные данные хорошо согласуются с данными натурного эксперимента как по средним величинам давления (для КС2 и КС1) и тяги, так и по частоте и амплитуде пульсаций тяги двигателя. Пульсации давления в КС2 и КС1 в эксперименте не регистрировались.



Рис. 3. Распределение (р₁) по свободному объёму РДТТ в фиксированный момент времени

На рис. 3-5 показано поле пространственного трёхмерного течения в РДТТ по газодинамическим параметрам потока в фиксированный момент времени. Здесь представлено распределение, соответственно, плотности, температуры и осевой компоненты вектора скорости для газообразных продуктов сгорания (первой фазы гетерогенной смеси). Поле течения показано в плоскости *X0R* и в плоскости *R0* ϕ (в плоскости *R0* ϕ увеличено в масштабе 2:1). Течение в плоскости *X0R* показано в трёх окружных сечениях: «0 – 40» - сечение в плоскости «0° – 180°»; «8 – 32» – сечение в

плоскости « $36^{\circ} - 144^{\circ}$ »; «16 - 24» – сечение в плоскости « $72^{\circ} - 108^{\circ}$ ». Поле течения в плоскости $R0\phi$ представлено сечением в районе переднего днища КС1 (место сопряжения цилиндрического корпуса и переднего днища) и сечением в районе заднего днища КС1 (место сопряжения цилиндрического корпуса и заднего днища).



Рис. 4. Распределение (*T*₁) по свободному объёму РДТТ в фиксированный момент времени



Рис. 5. Распределение (*u*₁) по свободному объёму РДТТ в фиксированный момент времени

Данные, показанные на рис. 3-4, наглядно иллюстрируют спокойный характер течения в КС2 и особый «струйный» характер течения в КС1 в районе переднего днища и на некотором удалении от него. В этом районе КС1 ярко выражены области больших градиентов по параметрам потока, присутствуют обширные области обратного течения. Четыре симметрично расположенные газохода, соединяющие КС2 и КС1, работают в

различных условиях. Здесь симметрии потока не наблюдается. И, наоборот, в районе заднего днища КС1 поток стабилизируется, притормаживается, повышается его плотность и температура.

При просмотре видеоряда (в рамках одного периода колебаний) виден сложный ярко выраженный струйный динамический характер течения в КС1 в районе переднего днища, который и порождает низкочастотный акустический пульсирующий колебательный процесс в РДТТ.

Библиографический список

1. Исследование ракетных двигателей на твёрдом топливе / Под ред. М. Саммерфилда. – М.: ИЛ, 1963. – 440 с.

2. Исследование ракетных двигателей на жидком топливе / Под ред. Л. Боллинджера, М. Гольдемита, А. Леммона. – М.: Мир, 1964. – 454 с.

3. Ракетные двигатели / Т.М. Мелькумов, Н.И. Мелик-Пашаев, П.Г. Чистяков, А.Г. Шиуков. – М.: Машиностроение, 1976. – 400 с.

4. Алемасов В.Е., Дрегалин А.Ф., Тишин А.П. Теория ракетных двигателей. – М.: Машиностроение, 1980. – 533 с.

5. Ерохин Б.Т. Теория внутрикамерных процессов и проектирование РДТТ. – М.: Машиностроение, 1991. – 560 с.

6. Присняков В.Ф. Динамика ракетных двигателей твёрдого топлива. – М.: Машиностроение, 1984. – 248 с.

7. Гидродинамические источники акустических колебаний в камерах сгорания / В.Ф. Ахмадеев, Г.Н. Гусева, Л.Н. Козлов и др. – М.: ЦНИИНТИ КПК, 1990. – 44 с.

8. Газодинамические и акустические эффекты в камерах сгорания РДТТ / Н.А. Ваганова, О.О. Коврижных, О.В. Коковихина, А.Ф. Сидоров, О.Б. Хайруллина // Труды Всероссийской научно-практической конференции «Первые Окуневские чтения»: В 2 т. Том 1: Баллистика. – СПб.: БГТУ, 1999. – С. 118–129.

9. Сухинин С.В., Ахмадеев В.Ф. Гидродинамические источники колебаний в камерах сгорания // Физика горения и взрыва. – 1993. – Т. 29. – № 6. – С. 38-46.

10. Давыдов Ю.М., Егоров М.Ю. Численное моделирование нестационарных переходных процессов в активных и реактивных двигателях. – М.: НАПН РФ, 1999. – 272 с.

11. Давыдов Ю.М., Егоров М.Ю. Неустойчивость рабочего процесса в камере сгорания ракетного двигателя на твёрдом топливе // Доклады академии наук. – 2001. – Т. 377. – №2. – С. 194–197.

12. Давыдов Ю.М., Давыдова И.М., Егоров М.Ю. Совершенствование и оптимизация авиационных и ракетных двигателей с учётом нелинейных нестационарных газодинамических эффектов. – М.: Национальная Академия прикладных наук России, 2002. – 303 с.

13. Давыдов Ю.М., Давыдова И.М., Егоров М.Ю. Влияние полётной перегрузки на неустойчивость рабочего процесса в камере сгорания ракетного двигателя на твёрдом топливе // Доклады академии наук. – 2004. – Т. 398. – №2. – С. 194-197.

14. Шардаков И.Н., Голотина Л.А. Об одном подходе к решению задачи о трёхмерных акустических колебаниях газа в камерах твёрдотопливных ракетных двигателей // Проблемы конверсии и экологии энергетических материалов: Матер. межд. конф. по внутрикамерным процессам и горению (ICOC-96). Россия. Санкт-Петербург, 3-7 июня 1996 г. Ч. І. – Ижевск: ИПМ УрО РАН, 1997. – С. 238-246.

15. Рахматулин Х.А. Основы газовой динамики взаимопроникающих движений сплошных сред // ПММ. – 1956. – Т. ХХ. – № 2. – С. 184-195.

16. Нигматулин Р.И. Основы механики гетерогенных сред. – М.: Наука, 1978. – 336 с.

17. Давыдов Ю.М. Крупных частиц метод // Математическая энциклопедия. Т. 3. – М.: Советская энциклопедия, 1982. – С. 125-129.

18. Численное исследование актуальных проблем машиностроения и механики сплошных и сыпучих сред методом крупных частиц / Ю.М. Давыдов, М.Ю. Егоров, А.М. Липанов и др. Т. 1 – Т. 5. – Под ред. Ю.М. Давыдова. – М.: НАПН, 1995. – 1658 с.

19. Давыдов Ю.М. Многопараметрические схемы расщепления для решения пространственно-трёхмерных нестационарных задач // Доклады академии наук СССР. – 1979. – Т. 247. – № 6. – С. 1346-1350.

20. Давыдов Ю.М., Скотников В.П. Исследование дробных ячеек в методе «крупных частиц». – М.: ВЦ АН СССР, 1978. – 71 с.

21. Давыдов Ю.М. Дифференциальные приближения и представления разностных схем. – М.: МФТИ, 1981. – 131 с.

Получено 11.05.05.