

УДК 539.3

П.С. Волегов, А.С. Никитюк, А.Ю. Янц

Пермский государственный технический университет

## ГЕОМЕТРИЯ ПОВЕРХНОСТИ ТЕКУЧЕСТИ И ЗАКОНЫ УПРОЧНЕНИЯ В ФИЗИЧЕСКИХ ТЕОРИЯХ ПЛАСТИЧНОСТИ

### Abstract

Some questions, which closely associated with constructing physically well-grounded plasticity theories are considered. For the Lin's model active slip systems selection complications, which arise as a result of yield surface properties and led to formulate some unobvious hypothesis are shown. Some arguments for non-symmetrical strain and stress measures conversion are discussed. Also several dislocations and grain boundaries interaction problems, which lead us to include additional hardening laws summand, are involved. In case of using internal variables approach to constitutive equations construction this additional summand is building.

В физических теориях пластичности, особенно в случае их применения для описания процессов упругого или неупругого деформирования монокристаллических образцов, достаточно остро встает вопрос о выборе мер напряженного и деформированного состояний, которые бы, с одной стороны, позволяли строить на их основе вполне адекватные физические соотношения, описывающие процессы деформирования на данном уровне; с другой стороны, эти вводимые меры должны опираться на физические и геометрические особенности объектов, для которых они вводятся (например, отражать симметричные свойства решетки монокристаллического образца). Более того, в физических теориях пластичности, в частности в модели Линя [1], используются величины, физический смысл которых не всегда ясен. Например, в определяющие соотношения модели Линя (как и многие другие) явным образом входит так называемый симметризованный ориентационный тензор системы скольжения,  $\mathbf{M}_s^{(k)} = \frac{1}{2}(\mathbf{n}^{(k)}\mathbf{b}^{(k)} + \mathbf{b}^{(k)}\mathbf{n}^{(k)})$ . При этом возникает несоответствие между физическим смыслом, который несет эта величина (а именно она характеризует ориентацию  $k$ -й системы скольжения (СС) дислокаций с единичным вектором Бюргерса  $\mathbf{b}^{(k)}$ , определяющим направление скольжения, и нормалью к плоскости скольжения  $\mathbf{n}^{(k)}$ ), и соотношением, которым она определяется. Ниже поясним это на примере.

Напомним некоторые факты из физики процесса пластического деформирования на примере материалов с ГЦК-решеткой [2]. На рис.1 показана элементарная ячейка такой решетки, а штриховкой отмечена одна из плоскостей скольжения. Вообще говоря, в ГЦК-решетке могут действовать 12 систем скольжения (но не более 5 одновременно, если используются симметричные меры. Ограничение на максимальное число одновременно действующих систем скольжения объясняется количеством независимых компонент деватора тензора напряжений при использовании симметричных мер; с точки зрения физики не запрещается как большее, так и меньшее количество одновременно действующих систем), обычно их определяют как семейство систем вида  $\{111\}\langle 110\rangle$ . Это означает, что скольжение дислокаций происходит в плоскостях семейства  $\{111\}$  в направлениях, определяемых семейством  $\langle 110\rangle$ .

В рассмотренном симметризованном случае в ориентационный тензор «вносится», по сути, еще одна система скольжения, с нормалью  $\mathbf{b}^{(k)}$  и направлением

сдвига  $\mathbf{n}^{(k)}$ . Например, если записывать ориентационный тензор системы скольжения  $(111)[110]$ , то за счет симметризации в выражение для ориентационного тензора будет «внесена» еще и система  $(110)[111]$ . Совершенно очевидно, что (например, для ГЦК-решетки) добавление такой системы скольжения лишено всякого физического смысла, более того, прямо противоречит кристаллографии кристаллической решетки. То же самое касается некоторых других тензорных величин, используемых в механике континуума и в механике деформируемого твердого тела.

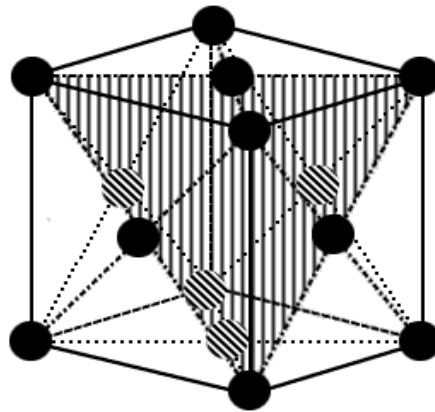


Рис.1. Элементарная ячейка гранецентрированной кубической решетки

Кроме того, для обоснования использования симметричных мер необходимо провести дополнительные исследования, в том числе исследования геометрии поверхности текучести, используемой в физических теориях. На основании такого исследования можно делать выводы о правомерности использования симметричных мер при построении физических теорий. Такое исследование многогранника текучести приведено ниже.

### Исследование геометрии многогранника текучести в физических теориях пластичности

В модели Линя [1] критерием активизации той или иной системы скольжения, а значит, условием перехода материала из состояния упругости к состоянию пластического течения является выполнение на данной системе закона Шмида:

$$\mathbf{b}^{(k)} \mathbf{n}^{(k)} : \mathbf{S} = \tau_c^{(k)}, \quad (1)$$

где  $k$  – номер системы скольжения,  $k = \overline{1, 24}$  (в силу удвоения систем скольжения). Значение  $\tau_c^{(k)}$ , вообще говоря, не является константой в ходе процесса деформирования, и может принимать различные значения для различных систем скольжения. В общем случае зависимость  $\tau_c^{(k)}$  от различных параметров, определяющих его значение в каждый момент, представим как  $\tau_c^{(k)} = f^{(k)}(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n)$ , где  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$  – набор явных по отношению к модели монокристалла внутренних переменных, каждая из которых описывает эволюцию носителей того или иного механизма изменения предела текучести (дислокационные реакции, образование барьеров, взаимодействие дислокаций с границами зерен и т.д.)

[3]. В качестве явных внутренних переменных предлагается использовать накопленные сдвиги по системам скольжения и скорости сдвигов по активным системам скольжения. В свою очередь, скрытыми внутренними переменными будут являться параметры, явным образом не входящие в законы упрочнения, но описывающие эволюцию явных внутренних переменных. К таким величинам могут относиться плотности дислокаций, различные энергетические характеристики, характерные размеры зерен и т.д. Вопрос о конкретизации вида законов упрочнения будет рассмотрен отдельно.

Совокупность уравнений этого закона, записанных для всех систем, определяет в пространстве напряжений поверхность, отделяющую область упругого деформирования от области неупругих деформаций. Такую поверхность в механике сплошной среды принято называть поверхностью текучести. Для построения физически адекватной и математически строгой теории пластичности необходимо сначала исследовать геометрию многогранника текучести, определяемого совокупностью уравнений вида (1) с целью определения количества и порядка вершин и ребер полиэдра, т.к. наибольший возможный порядок вершин даст возможность обосновать необходимость использования симметричных (или несимметричных) мер напряженного и деформированного состояния при построении физических теорий пластичности.

Соотношение (1) в компонентах принимает вид

$$b_i^{(k)} n_j^{(k)} S_{ji} = g^{(k)}(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n, t), \quad S_{ii} = 0, \quad (2)$$

для каждой системы скольжения  $k$ .

Для ГЦК-решетки можно записать компоненты векторов Бюргерса  $b_i^{(k)}$  и нормалей к плоскостям скольжения  $n_j^{(k)}$ , используя их представления при помощи индексов Миллера (табл. 1).

Таблица 1

Компоненты векторов Бюргерса и нормали систем скольжения в ГЦК-решетке [7]

№ системы скольжения	Вектор Бюргерса $\mathbf{b}$	Вектор нормали $\mathbf{n}$	№ системы скольжения	Вектор Бюргерса $\mathbf{b}$	Вектор нормали $\mathbf{n}$
1	2	3	4	5	6
1	$\frac{1}{\sqrt{2}}; 0; -\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}; \frac{1}{\sqrt{3}}; \frac{1}{\sqrt{3}}$	13	$\frac{1}{\sqrt{2}}; 0; -\frac{1}{\sqrt{2}}$	$-\frac{1}{\sqrt{3}}; -\frac{1}{\sqrt{3}}; -\frac{1}{\sqrt{3}}$
2	$0; -\frac{1}{\sqrt{2}}; \frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}; \frac{1}{\sqrt{3}}; \frac{1}{\sqrt{3}}$	14	$0; \frac{1}{\sqrt{2}}; -\frac{1}{\sqrt{2}}$	$-\frac{1}{\sqrt{3}}; -\frac{1}{\sqrt{3}}; -\frac{1}{\sqrt{3}}$
3	$-\frac{1}{\sqrt{2}}; \frac{1}{\sqrt{2}}; 0$	$\frac{1}{\sqrt{3}}; \frac{1}{\sqrt{3}}; \frac{1}{\sqrt{3}}$	15	$\frac{1}{\sqrt{2}}; -\frac{1}{\sqrt{2}}; 0$	$-\frac{1}{\sqrt{3}}; -\frac{1}{\sqrt{3}}; -\frac{1}{\sqrt{3}}$
4	$\frac{1}{\sqrt{2}}; \frac{1}{\sqrt{2}}; 0$	$-\frac{1}{\sqrt{3}}; \frac{1}{\sqrt{3}}; \frac{1}{\sqrt{3}}$	16	$-\frac{1}{\sqrt{2}}; -\frac{1}{\sqrt{2}}; 0$	$\frac{1}{\sqrt{3}}; -\frac{1}{\sqrt{3}}; -\frac{1}{\sqrt{3}}$

Окончание табл. 1

1	2	3	4	5	6
5	$-\frac{1}{\sqrt{2}}; 0; \frac{1}{\sqrt{2}}$	$-\frac{1}{\sqrt{3}}; \frac{1}{\sqrt{3}}; \frac{1}{\sqrt{3}}$	17	$\frac{1}{\sqrt{2}}; 0; -\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}; -\frac{1}{\sqrt{3}}; -\frac{1}{\sqrt{3}}$
6	$0; -\frac{1}{\sqrt{2}}; -\frac{1}{\sqrt{2}}$	$-\frac{1}{\sqrt{3}}; \frac{1}{\sqrt{3}}; \frac{1}{\sqrt{3}}$	18	$0; \frac{1}{\sqrt{2}}; \frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}; -\frac{1}{\sqrt{3}}; -\frac{1}{\sqrt{3}}$
7	$\frac{1}{\sqrt{2}}; \frac{1}{\sqrt{2}}; 0$	$\frac{1}{\sqrt{3}}; -\frac{1}{\sqrt{3}}; \frac{1}{\sqrt{3}}$	19	$-\frac{1}{\sqrt{2}}; -\frac{1}{\sqrt{2}}; 0$	$-\frac{1}{\sqrt{3}}; \frac{1}{\sqrt{3}}; -\frac{1}{\sqrt{3}}$
8	$0; -\frac{1}{\sqrt{2}}; \frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}; -\frac{1}{\sqrt{3}}; \frac{1}{\sqrt{3}}$	20	$0; \frac{1}{\sqrt{2}}; -\frac{1}{\sqrt{2}}$	$-\frac{1}{\sqrt{3}}; \frac{1}{\sqrt{3}}; -\frac{1}{\sqrt{3}}$
9	$-\frac{1}{\sqrt{2}}; 0; -\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}; -\frac{1}{\sqrt{3}}; \frac{1}{\sqrt{3}}$	21	$\frac{1}{\sqrt{2}}; 0; \frac{1}{\sqrt{2}}$	$-\frac{1}{\sqrt{3}}; \frac{1}{\sqrt{3}}; -\frac{1}{\sqrt{3}}$
10	$\frac{1}{\sqrt{2}}; 0; \frac{1}{\sqrt{2}}$	$-\frac{1}{\sqrt{3}}; -\frac{1}{\sqrt{3}}; \frac{1}{\sqrt{3}}$	22	$-\frac{1}{\sqrt{2}}; 0; -\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}; \frac{1}{\sqrt{3}}; -\frac{1}{\sqrt{3}}$
11	$-\frac{1}{\sqrt{2}}; \frac{1}{\sqrt{2}}; 0$	$-\frac{1}{\sqrt{3}}; -\frac{1}{\sqrt{3}}; \frac{1}{\sqrt{3}}$	23	$\frac{1}{\sqrt{2}}; -\frac{1}{\sqrt{2}}; 0$	$\frac{1}{\sqrt{3}}; \frac{1}{\sqrt{3}}; -\frac{1}{\sqrt{3}}$
12	$0; -\frac{1}{\sqrt{2}}; -\frac{1}{\sqrt{2}}$	$-\frac{1}{\sqrt{3}}; -\frac{1}{\sqrt{3}}; \frac{1}{\sqrt{3}}$	24	$0; \frac{1}{\sqrt{2}}; \frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}; \frac{1}{\sqrt{3}}; -\frac{1}{\sqrt{3}}$

Рассмотрим вид и особенности поверхности текучести в случае использования симметричных мер. В этом случае имеем 5 независимых компонент девиатора напряжений  $\mathbf{S}$ , которые можно записать в виде вектора из линейного пятимерного пространства. Тогда имеется возможность записать всего 24 уравнения, описывающие в пятимерном пространстве напряжений некоторую поверхность.

Например, для системы скольжения с номером 1 имеем

$$(s_{12} + s_{13} + 2s_{23} - s_{11}) = \sqrt{6}g^{(1)}(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n, t),$$

здесь учтено, что  $s_{23} = s_{32}$ , а также условие  $s_{11} + s_{22} + s_{33} = 0$ . Переобозначив координаты через одинарный индекс ( $s_{11} = s_1$ ,  $s_{22} = s_2$ ,  $s_{33} = -s_1 - s_2$ ,  $s_{12} = s_{21} = s_3$ ,  $s_{13} = s_{31} = s_4$ ,  $s_{23} = s_{32} = s_5$ ), получим уравнение вида

$$-s_1 + s_3 + s_4 + 2s_5 = \sqrt{6}g^{(1)}(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n, t).$$

Совокупность 24 уравнений такого вида задает многогранник текучести в пятимерном пространстве напряжений.

В результате исследования получены следующие результаты.

Рассмотрен случай поверхности текучести при постоянных и одинаковых для всех систем скольжения значениях функции  $g^{(k)}(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n, t)$  (однородный изотропный случай без упрочнения), принято  $g^{(k)} = 15 \cdot 10^6$  Па,  $k = \overline{1, 24}$ .

Всего было рассмотрено 18 048 возможных комбинаций гиперплоскостей, которые могут образовывать вершины различного порядка. Из этого количества был произведен «отсев» комбинаций линейно зависимых гиперплоскостей различного вида зависимости:

- параллельные пары гиперплоскостей (пары вида 1–13, 2–14 и т.д. – см. табл.1), рассмотрение которых не имеет физического смысла (так как, по сути, это одни и те же системы скольжения, отличающиеся друг от друга направлением скольжения). Очевидно, что невозможна ситуация появления в комбинации активных систем таких пар, так как это бы означало одновременное действие на плоскости скольжения одновременно отрицательных и положительных касательных напряжений;
- тройки гиперплоскостей вида (1–2–3, 4–5–6 и т.д.) в силу того, что в сумме диады  $\mathbf{b}^{(k)} \mathbf{n}^{(k)}$  для таких троек дают нулевой тензор, это тройки систем скольжения, имеющих одну и ту же плоскость, векторы Бюргерса которых образуют треугольник (см. рис.1). С физической точки зрения одновременная активизация такой тройки означала бы круговое движение дислокаций вдоль одной плоскости;

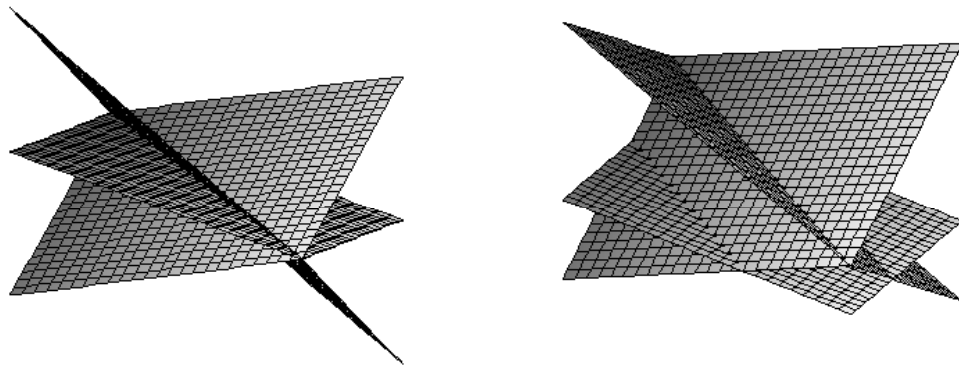


Рис.2. Пример вырожденности комбинаций систем скольжения (трехмерная аналогия пятимерных гиперплоскостей)

- пятерки гиперплоскостей вида (1,2,4,5,12), в которых имеется линейная зависимость между тройками гиперплоскостей (например, уравнения гиперплоскостей 1 и 2 в сумме дают уравнение плоскости 12). Геометрически это соответствует случаю, когда гиперплоскости пересекаются вдоль одной прямой, либо вдоль нескольких параллельных прямых. Аналогия из трехмерного пространства приведена на рис.2;
- наконец, возможны ситуации, в которых найденная вершина не является «внутренней», т.е. существуют такие гиперплоскости, что проведенный из начала координат к найденной вершине отрезок пересекает на своем пути какую-либо из гиперплоскостей. В этом случае нарушается свойство

выпуклости поверхности текучести, и эти вершины не могут являться вершинами многогранника текучести.

В результате «отсева» физически или геометрически невозможных вершин получено 26 вершин, список которых приведен ниже.

Таблица 2

Вершины многогранника текучести в симметричном изотропном случае

	Системы скольжения (номера по табл. 1)										
Вершины пятого порядка	1	3	1	1	2	1	2	3	6	6	4
	2	9	9	11	11	7	13	5	11	14	14
	6	11	14	14	13	11	18	9	14	15	20
	20	14	17	17	17	17	20	12	15	20	21
	23	17	18	18	21	18	23	13	17	23	23
Вершины шестого порядка	1	11	1	1	1	1	1	1	5	4	1
	2	14	4	3	5	6	6	17	7	6	7
	4	16	9	4	9	7	8	18	11	14	9
	8	17	11	7	12	14	14	19	12	15	11
	22	20	14	11	14	20	21	20	13	20	12
23	21	17	18	18	23	22	23	14	21	14	
Вершины восьмого порядка	1	1	3	6							
	3	6	4	7							
	4	7	9	11							
	9	12	12	12							
	17	15	14	14							
	19	17	18	15							
	22	21	20	16							
23	22	22	20								

Таким образом, при использовании симметричных мер напряженного и деформированного состояний при определенных условиях возникает проблема выбора активных систем скольжения. Имея всего 5 независимых компонент девиатора напряжений и попадая при этом в вершину восьмого порядка на поверхности текучести, необходимо каким-либо образом определить те 5 систем из 8, которые будем в дальнейших расчетах считать активными. Обычно для такого выбора приходится вводить дополнительные предположения или гипотезы, например, принцип минимума сдвига или принцип максимума работы (что обычно и делают в моделях типа Тейлора – Бишопа – Хилла). Физическое обоснование этих дополнительных предположений достаточно сложно и неочевидно, поэтому одной из причин, обосновывающих необходимость перехода к несимметричным мерам, является уход в таком случае от неопределенности при выборе набора активных систем.

### Законы упрочнения монокристалла: взаимодействие с границами зерен

Напомним, что под законами упрочнения мы будем понимать соотношения, связывающие критическое сдвиговое напряжение систем скольжения с некоторым набором параметров (сдвигами, температурой, энергией дефекта упаковки и т.д.). Эти законы, по сути своей, отражают эволюцию мезо- и микроструктуры материала, а точнее – эволюцию дефектной структуры при упругопластическом деформировании, в первую очередь – изменения в дислокационной структуре деформируемого материала. Изменение вида законов упрочнения (и значений входящих в него материальных

констант) существенным образом влияет на результаты моделирования, поэтому в этих соотношениях важно учитывать по возможности большее число механизмов неупругого деформирования (существенных для исследуемого процесса) на микроуровне.

В работах [5, 6] для определения параметров напряженно-деформированного состояния (НДС) каждого из зерен используется физическая теория пластичности, основанная на модели Линя [1]; для исключения из задачи неоднозначностей число систем скольжения (СС) удвоено (для ГЦК-кристаллов таким образом число СС равно 24). В оригинальной модели Линя упрочнение (изменение критического сдвигового напряжения) по системам скольжения считается изотропным и зависящим от суммарного сдвига (далее соотношения для законов упрочнения будем записывать в скоростях):

$$\tau_c^{(k)} = f\left(\sum_{i=1}^{24} \dot{\gamma}^{p(i)}\right), \quad k = \overline{1,24}. \quad (3)$$

Вообще говоря, можно рассматривать и неанизотропное (но линейное относительно скоростей пластических сдвигов  $\dot{\gamma}^{p(i)}$ ) упрочнение:

$$\begin{aligned} \tau_c^{(k)} &= E \sum_{i=1}^{24} a_i^{(k)} \dot{\gamma}^{p(i)}, \quad k = \overline{1,24}, \quad \dot{\gamma}^{p(i)} \geq 0, \\ \tau_c^{(k)}(0) &= \tau_{c0}^{(k)}, \end{aligned} \quad (4)$$

где  $\tau_{c0}^{(k)}$  – начальный предел текучести в  $k$ -й системе скольжения,  $E$  – модуль Юнга,  $a_i^{(k)}$  – матрица (безразмерных) коэффициентов упрочнения, причем ее диагональные члены  $a_i^{(i)}$  описывают деформационное упрочнение, а недиагональные  $a_i^{(k)} = a_k^{(i)} (i \neq k)$  – латентное.

Интересным также представляется рассмотрение степенного закона упрочнения:

$$\begin{aligned} \tau_c^{(k)} &= \Psi \dot{\gamma}^{p(k)} \left( E \sum_{i=1}^{24} a_i \dot{\gamma}^{p(i)} \right)^{\Psi-1}, \quad k = \overline{1,24}, \quad \Psi > 1, \quad \dot{\gamma}^{p(i)} \geq 0, \\ \tau_c^{(k)}(0) &= \tau_{c0}^{(k)}, \end{aligned} \quad (5)$$

В качестве первого слагаемого закона упрочнения будем использовать соотношение (5); далее будем дополнять соотношение (5) слагаемыми, учитывающими основные механизмы возникновения препятствий при пластическом деформировании. В связи с тем, что некоторые из эффектов, которые требуется описать, появляются только при рассмотрении объемной задачи, ниже везде подразумевается рассмотрение скольжения дислокаций (краевых и винтовых) в ГЦК-решетке. В данной статье остановимся на слагаемом, описывающем дополнительное упрочнение за счет взаимодействия дислокаций в активных системах скольжения с границами зерен.

Определим внутренние переменные, от которых зависит скорость изменения критического сдвигового напряжения на данной системе скольжения за счет взаимодействия дислокаций данной системы с границей зерна при прохождении в систему скольжения соседнего зерна.

Во-первых, в силу того, что рассматривается закон упрочнения в скоростной форме, дополнительное упрочнение должно зависеть от скорости сдвига по данной системе скольжения: если система в данный момент неактивна, ее дислокации не взаимодействуют с границей, и дополнительного эффекта от такого взаимодействия происходить не должно. Кроме того, чем больше скорость сдвига, тем большее число дислокаций в среднем пытается пройти через границу, а следовательно, это приводит к большему числу дислокационных реакций на границе и к большему затруднению для последующего движения дислокаций. Отсюда следует и зависимость дополнительного слагаемого от накопленного сдвига  $\gamma$ , ведь упрочнение тем больше, чем больше дислокаций уже провзаимодействовали с границей, образовав дислокации ориентационного несоответствия [7] и, таким образом, способствуя упрочнению.

Далее необходимо включить в рассмотрение площадь границы зерна, пересекаемую плоскостями скольжения данной системы. Предполагая, что количество дислокационных реакций на границе пропорционально площади, введем величину, равную отношению площади границы зерна, которую пересекают плоскости данной системы скольжения, к общей площади границы рассматриваемого зерна.

Также необходимо ввести некоторую меру  $\xi$  взаимной разориентации данной системы скольжения, границы и системы скольжения соседнего зерна, в которую проходят дислокации из данной системы.

Предполагая, что каждая переменная вносит приблизительно одинаковый вклад, можно представить данную функцию как произведение всех переменных. Учитывая обратную зависимость от квадрата диаметра зерна, получим

$$f_{\text{гр}} = \eta \sum_{j=1}^K \xi_j \frac{S_j}{S} \gamma_j \dot{\gamma}_j, \quad (6)$$

где  $S_j$  – доля общей площади зерна, «приходящаяся» на данную систему скольжения,  $K$  – количество активных систем скольжения,  $\eta$  – коэффициент согласования размерностей, размерность  $[\eta] = \text{Па}$ , т.е. введенный коэффициент имеет смысл напряжений. В качестве значения  $\eta$  предлагается взять начальное критическое напряжение на данной системе скольжения  $\tau_{c0}^{(k)}$ .

### Заключение

Таким образом, в работе рассмотрены некоторые «тонкие» вопросы физических теорий пластичности. На примере модели Линя, с использованием в качестве критерия активизации системы скольжения закона Шмида, построена поверхность текучести для изотропного случая при использовании симметричных мер напряженного и деформированного состояний. При исследовании поверхности выяснилось, что наибольший порядок вершин на ней равен 8, следовательно, это может привести к существенным трудностям при построении теории пластичности на базе симметричных мер, так как приведет к неоднозначности выбора активных систем скольжения и потребует принятия дополнительных гипотез.

Другой рассмотренный вопрос касается описания взаимодействия носителей пластической деформации – дислокационной структуры зерен, с границами зерен, что приводит к дополнительному сопротивлению движения дислокаций, т.е. к упрочнению, которое в явном виде не учитывается в обычном виде законов упрочнения. На основе идеологии использования внутренних переменных при построении определяющих



соотношений сформулирован перечень переменных, от которых должно зависеть дополнительное слагаемое в законе упрочнения, и приведен общий вид такого слагаемого.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (гранты 07-08-96025-р\_урал\_а, 07-08-00352-а)

### Библиографический список

1. Линь Т.Г. Физическая теория пластичности // Проблемы теории пластичности. Сер. Новое в зарубежной механике. Вып.7. – М.: Мир, 1976. – С.7–68.
2. Новиков И.И. Дефекты кристаллического строения металлов. – М.: Металлургия, 1983 – 232 с.
3. Ашихмин В.Н., Волегов П.С., Трусов П.В. Конститутивные соотношения с внутренними переменными: общая структура и приложение к текстурообразованию в поликристаллах // Мат. моделир. систем и процессов: межвуз. сб. науч. тр./ Перм. гос. техн. ун-т. – Пермь, 2006. – №12. – С. 11–26.
4. Белл Дж.Ф. Экспериментальные основы механики деформируемых твердых тел. Ч.2: Конечные деформации. – М.: Наука, 1984 – 432 с.
5. О физических теориях пластичности и их применении для описания микроструктуры / П.В. Трусов, В.Н. Ашихмин, П.С. Волегов, А.И. Швейкин// Современные проблемы термовязкопластичности: труды II школы-семинара. – М.: Изд-во МАМИ, 2007. – С.128–147.
6. Волегов П.С. Конститутивные модели с внутренними переменными и их применение для построения законов упрочнения для монокристалла // XXXIV Гагаринские чтения: науч. тр. международной молодежной конф.: в 8 т. Т.1. – М.: Изд-во МАТИ, 2008. – С.114–115.
7. Орлов А.Н. Введение в теорию дефектов в кристаллах. – М.: Высшая школа, 1983. – 144 с.

Получено 17.06.2009