

УДК 539.4/621

Р.В. Гольдштейн, Н.М. Осипенко

Институт проблем механики им. А.Ю.Ишлинского РАН

МОДЕЛЬ ХРУПКОГО РАЗРУШЕНИЯ ПОРИСТЫХ МАТЕРИАЛОВ ПРИ СЖАТИИ

Abstract

A new form of brittle fracture which is observed in porous materials at intensive compression with a large part of confining pressure is discussed. The form is accompanied by formation of a defect elongated transverse to the axis of maximal compression. This defect was named as a crack of compression. Local fracture of the material accompanied by an effective decreasing of fracture products volume (their densification) or their motion and removing is realized in the end zones of the defects. A 2D model of the observed fracture (formation of cracks of compression) was suggested. Within the framework of the model a structure of the end zones of cracks of compression was suggested and the conditions of the limit equilibrium in these zones were obtained. The model enables to explain some observed effects. The obtained results were compared with the experimental observations showing formation of elongated densification zones filled by fracture products and changing of the growth regimes of cracks of compression with increasing their lengths as it is predicted by the developed model.

В связи с возросшим интересом к процессам разрушения при экстремальных нагрузках, характерных для тектонических процессов и технологии добычи углеводородов с больших глубин, большое внимание вызывают процессы локализации и упорядочения в структурах разрушения. Они характерны, в частности, для массивов геофизических сред, подверженных сжатию и сдвигу [1–7]. В связи с этим упомянем работы, посвященные структурам разрушения при сдвиге [4], а также формированию иерархической системы нарушений [3,6]. Поэтому представляет интерес анализ моделей конкретных вариантов локальных механизмов разрушения структурированных сред, реализующих такие процессы. В ситуациях, относящихся к первой моде разрушения, наряду с классической формой разрушения – трещинами нормального разрыва [8] – наблюдаются и некоторые другие формы. Укажем для примера вариант развития нарушений при сжатии со стеснением в тонких покрытиях и пластинах в том случае, когда берега образующихся дефектов-трещин могут наползать друг на друга, выходя из плоскости пластин [9].

При сжатии высокопористых пород с большой долей всестороннего давления развиваются трещиноподобные вытянутого поперек оси наибольшего сжатия дефекты, и разрушение продолжается до формы, показанной на рис.1 [12]. В этих экспериментах образцы пористого (пористость $n > 0,2$) песчаника размером $150 \times 150 \times 230$ мм с отверстием диаметром 20 мм подвергались трехосному неравно-компонентному сжатию. При разрушении в диаметральной плоскости иницирующего отверстия образуется вытянутая полость, ориентированная поперек наибольшего сжатия, а ее поперечный размер близок к постоянному, причем он не связан с размером отверстия. Продукты разрушения смещены в сторону отверстия, которое при этом оказывается частично заполненным. Разрушение начинается на границе отверстия в области максимального сжатия, и затем, по мере развития полости, очаг разрушения передвигается от границ отверстия в глубь окружающего материала, при этом отслеживалась концентрация максимального сжатия. Описанная картина соответствует наблюдениям и экспериментальным данным, опубликованным в последнее время в ряде работ [12–16]. Следует подчеркнуть отличие новой формы разрушения от обычных трещин нормального разрыва, часто образующихся при разгрузке сжатых тел и имеющих сходную ориентацию, так как ось наибольшего растяжения при упругой

разгрузке совпадает с осью максимальных остаточных деформаций неупругого сжатия. Последние имеют типичную морфологию разрыва, малое раскрытие ($<0,01$ мм) и не содержат заполнения, в то время как у первых характерное раскрытие в концевой области порядка нескольких размеров зерен, слагающих пористую среду (>1 мм), а полость разрушения частично или полностью заполнена измельченным материалом. Кроме этого наблюдается различие характера роста трещины при однородных нагрузках, о чем сказано ниже.

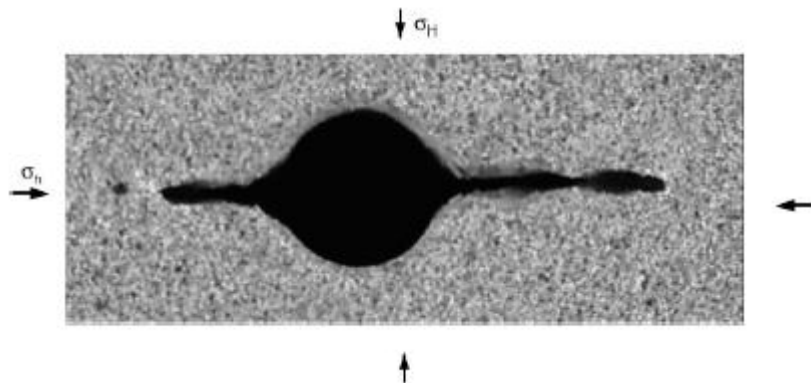


Рис.1. Разрушение при интенсивном сжатии – сечение трещины сжатия (по [12]). Продукты разрушения удалены

Узкие трещиноподобные зоны уплотненного материала, интерпретируемые как трещины сжатия (anti-mode 1 crack) без перемещения продуктов разрушения во внутренней полости, наблюдались в тектонических структурах сжатия в окрестности вершины разлома (магистрального тектонического сдвига) [15].

Поскольку описанные дефекты геометрически подобны трещине (их продольный размер много больше характерной толщины), а процессы разрушения исходной структуры сосредоточены в концевых областях, условия их предельного равновесия в упругой среде аналогичны условиям равновесия трещин-разрывов, имеющих начальное раскрытие [17]. Поэтому для анализа разрушения таких объектов (трещин сжатия) может быть привлечен аппарат механики разрушения.

Модель трещины сжатия

Рассмотрим плоскую модель трещины сжатия, представляющей собой вытянутую прямолинейную полость, заполненную продуктами разрушения или уплотненной массой и нагруженную по нормали напряжениями сжатия. Рассмотрим два характерных варианта трещины сжатия, отличающихся степенью подвижности продуктов разрушения.

- Перемещение продуктов разрушения затруднено.

Если заполняющие полость продукты разрушения не могут перемещаться вдоль нее, а изменение (уменьшение) объема среды при прохождении концевой области фиксировано, в каждом сечении трещины сжатия (вдали от концевой зоны) оказывается фиксированным изменение толщины слоя среды, имеющего начальный размер h_0 , т.е.

$$h_0 - \Delta h = \text{const}, \quad (1)$$

где h_0 – начальная толщина слоя, Δh – изменение толщины слоя после прохождения через него концевой области.

Это позволяет моделировать данную ситуацию совокупностью двух плоских задач механики разрушения – задачи о расклинивании упругой плоскости

эффективным клином постоянной ширины Δh и задачи о диссипации энергии неупругого деформирования тонкого слоя в концевой области разрыва (модель типа Дагдейла [8]). В качестве решения первой воспользуемся известным соотношением, полученным для случая, когда длина клина много больше его ширины (трение на контуре клина отсутствует) [17].

$$K_I = -\frac{\Delta h E}{(1-\nu^2)\sqrt{2p\ell^*}}, \quad (2)$$

где K_I – коэффициент интенсивности напряжений, ℓ^* – размер области, свободной от контакта с клином в вершине трещины, E – модуль упругости, ν – коэффициент Пуассона. Знак «-» отражает факт уменьшения толщины слоя среды при прохождении через концевую область (клин имеет отрицательную толщину). В качестве второй задачи используем модель концевой области Дагдейла, в которой

$$K_I = -\sqrt{E y_m \delta}, \quad (3)$$

где $\delta \sim \Delta h$ – предельное раскрытие в вершине трещины.

Размер ℓ^* свяжем с величиной Δh , имея в виду, что, как и в модели Дагдейла, на нем фактически происходит неупругое деформирование (в данном случае компактирование) пористого материала, при котором поперечный размер слоя уменьшается на Δh . Пусть, для определенности, материал в этом слое деформируется как жесткопластический, что обеспечивает на длине ℓ^* постоянство поперечных напряжений $\sigma \approx \sigma_r$, где σ_r – характерное напряжение. Рассуждая далее в рамках модели Дагдейла [8], получим

$$\ell^* \sim \frac{\Delta h E}{p y_m}. \quad (4)$$

Соотношения (3),(4) с точностью до коэффициента легко получаются из анализа размерностей влияющих параметров.

Из (2), (3) и (4) далее получим

$$K_I \sim -\sqrt{\Delta h E y_m} \left(1 + \frac{1}{\sqrt{2}(1-\nu^2)} \right). \quad (5)$$

Полученное выражение моделирует эффективную трещиностойкость среды по отношению к локальному компактированию без смещения продуктов разрушения. Оно с точностью до коэффициента совпадает с найденным в модели Дагдейла [8] для узкой пластической концевой области разрыва, причем величина Δh является аналогом предельного раскрытия в вершине разрыва. Из (5) следует, что минимальная трещиностойкость по отношению к трещинам сжатия и, соответственно, наименьшее энергопоглощение при их распространении наблюдаются при наименьшей величине Δh . В свою очередь, Δh тем меньше, чем тоньше слой, охваченный процессом компактирования. Поэтому можно ожидать, что при квазистатических режимах нагружения пористой среды образуются трещины сжатия, толщина слоя компактирования в которых близка по порядку величины к размеру характерной ячейки структуры материала. По данным [18] тонкие зоны компактирования в песчанике объединяют 3–10 зерен кварца по толщине, что дает общую толщину

компактируемого слоя порядка $h \sim (0,5-1,5)$ мм. Длина трещин сжатия много больше (в данном примере порядка десятков сантиметров). Для типичных параметров высокопористого песчаника (пористость $n \sim 0,2$, $\sigma_r \sim 30$ МПа, $E \sim 10^4$ МПа) полагая, что при компактировании пористость уменьшается до $n_1 \sim 0,05$ при $h = 1$ мм, получим по (5)

$$\Delta h \sim h(n - n_1) \sim 0,15 \text{ мм} ; \quad K_1^{\text{ef}} \sim 12 \text{ МПа} \sqrt{\text{м}}.$$

Для сравнения: для горных пород при нормальном разрыве $K_{\text{IC}} \sim 1 \text{ МПа} \sqrt{\text{м}}$.

- Свободное перемещение продуктов разрушения вдоль полости трещины сжатия.

Если продукты разрушения имеют возможность перемещаться в полости трещины сжатия, происходит выравнивание сопротивления среды сближению берегов трещины сжатия, и ситуация меняется. Пусть, например, в асимптотическом варианте они подобно жидкости обеспечивают равномерное противодействие внешним нагрузкам. Результирующая разница напряжений на берегах трещины сжатия определяется как

$$\Delta \sigma = \sigma_{\infty} - p, \quad (6)$$

где σ_{∞} – внешнее напряжение сжатия, p – величина противодействия со стороны продуктов разрушения.

Среднее раскрытие трещины в упругой плоскости под действием однородного напряжения на ее берегах в данном варианте нагружения имеет вид [17]

$$\bar{u} = \frac{2}{\ell} \int_0^{\ell} u(x) dx = \frac{p \Delta y}{E} (1 - \mu^2) \ell, \quad (7)$$

где ℓ – полудлина трещины сжатия.

Оценим два варианта деформирования эффективной среды в полости трещины сжатия:

а) Среда линейно упруга с некоторым эффективным модулем упругости E^* . Учтем также возможность изменения объема материала при его разрушении в концевой области, а также существование начального свободного объема в области инициирования трещины сжатия (v_0). Введем коэффициент изменения объема при разрушении среды в концевой области (коэффициент разрыхления),

$$k \sim v_k / v_n \quad (8)$$

где v_k – объем в конечном (разрушенном) состоянии, v_n – объем в начальном состоянии. $k < 1$ соответствует ситуации уплотнения, $k > 1$ – разрыхления. Баланс текущих объемов (площадей в плоской задаче) для трещины сжатия в упругом массиве можно представить в виде

$$h_0 \ell + v_0 = h_0 \ell k \left(1 - \frac{p}{E^*} \right) + \frac{p}{E} \Delta \sigma (1 - \mu^2) \ell^2, \quad (9)$$

где первое слагаемое в правой части описывает изменение объема в слое разрушенного материала, а второе – изменение объема полости трещины в результате прогиба ее берегов под действием нагрузки ($\Delta \sigma$). Из (6) и (9) получим

$$\Delta \sigma = \left(1 + \frac{v_0}{h_0 \ell} - k + \frac{k \sigma_{\infty}}{E^*} \right) \left(\frac{k}{E^*} + \frac{\pi(1 - \mu^2) \ell}{E h_0} \right)^{-1}. \quad (10)$$

Наблюдаемое постоянство поперечного размера трещин сжатия, имеющих подвижное заполнение [13], дает основание предполагать существование автономности концевой области трещины и тем самым некоторого критического уровня коэффициента интенсивности напряжений, являющегося характеристикой материала при

фиксированном типе нагружения и не меняющегося при подрастании трещины сжатия (критерий Ирвина). Определим коэффициент интенсивности напряжений для рассматриваемой схемы однородного нагружения эффективной трещины, используя известное решение теории трещин [8] для плоскости с однородно нагруженной трещиной

$$K_I = \Delta\sigma\sqrt{p\ell} = \left(1 + \frac{v_0}{h_0\ell} - k + \frac{k\sigma_\infty}{E^*}\right) \left(\frac{k}{E^*} + \frac{\pi(1-\mu^2)\ell}{Eh_0}\right)^{-1} \sqrt{p\ell}. \quad (12)$$

Для демонстрации эффекта изменения режима разрушения представляет интерес вариант $v_0 \neq 0, k = 1$. Для этого варианта из (12) получим

$$K_I = \left(\frac{v_0 E^*}{h_0 \ell} + \sigma_\infty\right) \sqrt{\pi \ell} \left(1 + \frac{\pi(1-\mu^2) E^* \ell}{E h_0}\right)^{-1}. \quad (13)$$

Функция (13) имеет два экстремума. Пример функции показан на рис.2 для ряда значений параметров, приближенных к условиям экспериментов в [12-14] $\frac{v_0 E^*}{h_0 \sigma_\infty} = 0; 0,002; 0,003 \text{ м}^{-1}$ и $\frac{\pi(1-\mu^2) E^*}{E h_0} = 20 \text{ м}^{-1}$ (соответственно кривые 1, 2, 3 на рис.2). Если по-прежнему выполняется критерий разрушения в форме Ирвина, возможны четыре фазы развития трещины сжатия. Сначала в окрестности начального свободного объема (например, поры или отверстия) появляется очаг разрушения размером ℓ_a (на рисунке соответствует левой точке пересечения горизонтали с кривой (3)). Затем разрушение тормозится (первый падающий участок на рис.2). Для увеличения размера трещины сжатия нужно увеличивать нагрузку. При достижении длины ℓ_{a0} , соответствующей минимуму K_I , трещина сжатия становится неустойчивой и ее длина увеличивается вплоть до достижения устойчивой ветви функции (13) (точка ℓ_{a1} на рис.2). Промежуточное устойчивое состояние на участке $\ell_a < \ell_{a0}$ может иметь прогностическое значение при оценке устойчивости отверстий.

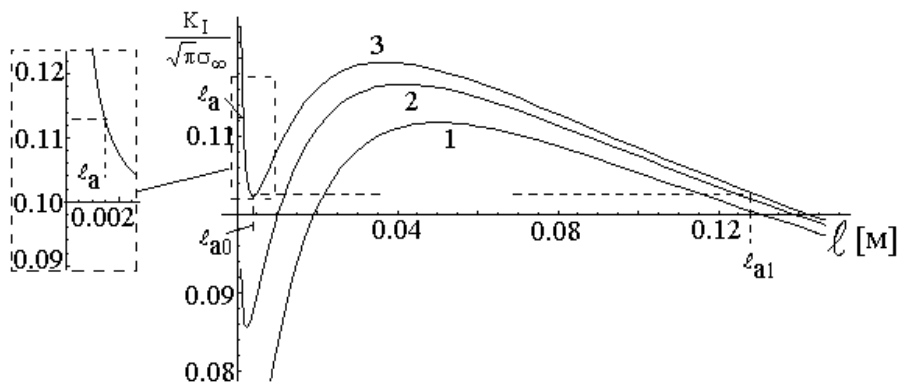


Рис.2. Характер развития трещин сжатия (пояснения в тексте)

Для этого варианта нелинейности, повторяя вычисления пункта (а), получим без учета свободного объема и разрыхления

В данном варианте разрушения неустойчивость при страгивании (на длине ℓ_{a0}) наступает при минимуме K_I , вызванном присутствием начального свободного объема. Этот уровень K_I в общем случае не совпадает с критическим коэффициентом

интенсивности напряжений, отвечающим локальным процессам деформирования и разрушения в вершине развитой трещины сжатия. Переход на устойчивую ветвь функции (13) связан с достижением критического уровня K_I .

По нашему мнению, именно такой режим развития трещин сжатия наблюдался в экспериментах с пористым модельным материалом [16], а также с песчаником [12–14].

б) Сопротивление деформированию подвижного слоя разрушенного материала, нелинейная функция нагрузки. Воспользуемся соотношением, обнаруженным при взаимодействии блоков при упругом деформировании блочного массива [18],

$$\sigma \sim a\varepsilon^2 \quad (14)$$

где a – эмпирическая константа.

$$\Delta\sigma = \frac{1}{2a} \frac{h_0 E}{(\pi(1-\mu^2)\ell)^2} \left((h_0 E)^2 + a\sigma_\infty (\pi(1-\mu^2)\ell)^2 \right)^{1/2}. \quad (15)$$

Соответственно,

$$K_I = \frac{h_0 E \sqrt{\pi\ell}}{2a (\pi(1-\mu^2)\ell)^2} \left((h_0 E)^2 + a\sigma_\infty (\pi(1-\mu^2)\ell)^2 \right)^{1/2}. \quad (16)$$

В (16) функция $K_I(\ell)$ монотонно убывает с ростом ℓ . Это означает, что страгивание начального дефекта и его дальнейший рост происходят в устойчивом режиме – для увеличения размеров трещины сжатия необходимо увеличивать внешнюю нагрузку (σ_∞).

Полученные результаты асимптотического анализа показывают, что в рассмотренном варианте трещины сжатия имеют сложный характер движения, включающий в себя, в частности, неустойчивую фазу и переход к устойчивому развитию при однородном нагружении, чем отличаются от трещин нормального разрыва в ситуации однородных нагрузок [8,17]. Для сравнения с результатами экспериментов по [12–14] последние представлены в суммарном виде на рис.3.

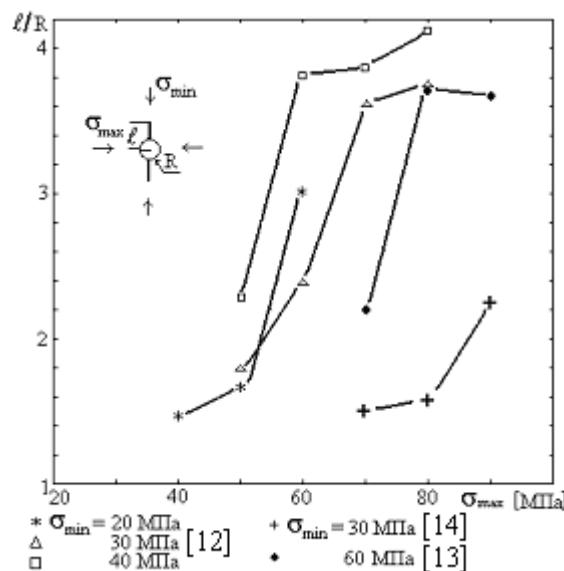


Рис.3. Обобщение экспериментальных данных об относительных размерах трещин сжатия в песчаника

Приведены данные для трех разновидностей пористого песчаника при различных уровнях минимального напряжения. На рис. 3 продемонстрированы три

характерные фазы развития трещин сжатия, качественно совпадающие с предсказываемыми рассмотренной моделью. Медленное (устойчивое) подрастание трещин по мере роста максимального сжатия сменяется фазой быстрого роста, который затем прекращается, и наступает фаза устойчивого подрастания. Заметим, что существует физическое ограничение применимости предложенной модели. При некоторой длине трещины сжатия ее берега в средней части должны сомкнуться. Условие смыкания берегов трещины сжатия в плоской модели со свободным перемещением продуктов разрушения дается соотношением

$$\frac{\ell_{\max} \Delta\sigma(1-\mu^2)}{E} \leq h_0. \quad (17)$$

Используя (6), получим окончательно

$$\ell_{\max} \leq \left(\frac{kh_0 E}{(1-\mu^2)E^*} - \frac{\nu_0}{h_0} \right) \left(1 - \pi + k \left(\frac{\sigma_\infty}{E^*} - 1 \right) \right)^{-1}. \quad (18)$$

Можно видеть, что при $\nu_0 \rightarrow 0$ размер трещины сжатия в момент смыкания берегов пропорционален раскрытию в концевой области (h_0). Далее в такой трещине сжатия процесс разрушения идет в двух независимых сегментах, разделенных областью смыкания. В их активных вершинах коэффициент интенсивности напряжений стабилизируется, напоминая при больших относительных размерах сомкнутой части рассмотренную выше ситуацию с ограничением смещений продуктов разрушения.

Концевая область трещины сжатия в пористой среде

В варианте развития трещин сжатия по механизму, допускающему свободное перемещение продуктов разрушения, в концевой области кроме условий локального разрушения должно выполняться условие возможности удаления продуктов разрушения и/или перемещения их в полости трещины. Это достигается за счет сохранения некоторого конечного поперечного зазора в полости трещины сжатия, обеспечиваемого механизмом разрушения в ее концевой области. Остановимся на условиях разрушения в концевой области, имея в виду, что возможность дальнейшего перемещения продуктов разрушения может быть обеспечена независимыми механизмами, например движением жидкости в поровом пространстве.

Вариантам разрушения, наблюдаемым в эксперименте, соответствует схема концевой области, в которой выстилающий ее свод образуется в предварительно нарушенной, уплотненной среде. Это видно на снимке сечения концевой области (рис.4). В соответствии с такой качественной картиной разделим условия разрушения в концевой области на необходимые – создание предварительной нарушенности среды и достаточные – обеспечение предельного равновесия выстилающего слоя полости. Рассмотрим их поочередно.

- Условия нарушения связанности элементов структуры пористой среды можно оценить, используя модель хрупкого разрушения в ситуации сжатия [6]. Известные модели такого механизма разрушения основываются на факте существования в среде элементов структуры, трансформирующих внешнее сжатие в локальное растяжение в масштабах этих элементов структуры, которое и является причиной разрушения [6,7,10]. Кратко напомним основные положения модели. Условие разрушения можно представить в виде

$$K_I(\sigma_1) + K_I(\sigma_2) = K_{Ic}^{**}, \quad (19)$$

где K_{Ic}^{**} – трещиностойкость в масштабе микроразрушения; $K_I(\sigma_1)$ – коэффициент интенсивности напряжений в вершине дефекта от действия локальных сил растяжения,

возникающих в результате действия трансформатора напряжений внешнего сжатия вдоль направления микротрещины, поскольку локальные квазихрупкие разрывы имеют преимущественную ориентацию вдоль главных сжимающих напряжений; $K_1(\sigma_2)$ – коэффициент интенсивности напряжений от действия внешнего поля напряжений по нормали к этому направлению.

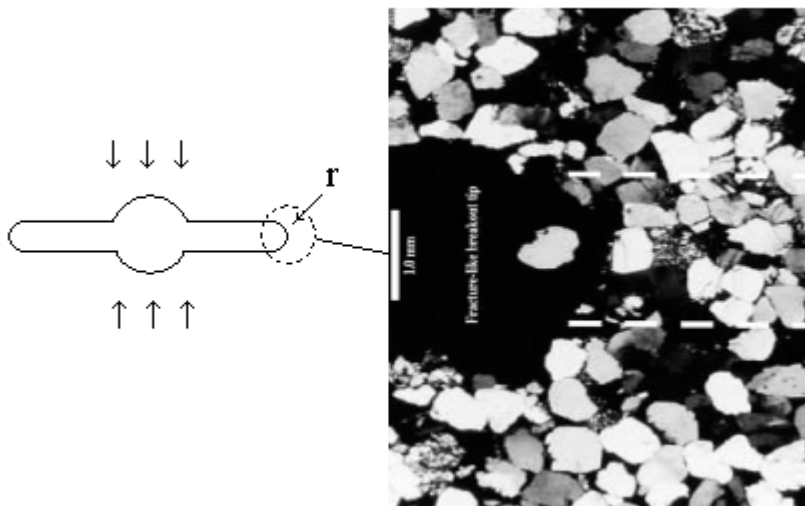


Рис.4. Строение концевой области трещины сжатия (по [13]). Выделена область компактирования на продолжении трещины сжатия

Для слабо взаимодействующих дефектов упомянутые функции можно считать линейными функциями соответствующих напряжений. Это следует из решений задач механики разрушения для тел с трещинами [17]. В качестве структурного элемента, вызывающего трансформацию напряжений в среде гетерогенных горных пород, могут выступать микротрещины, включения, границы зерен, поры и другие неоднородности. В плоской модели представим пористую среду как плоскость, содержащую круговые отверстия радиусом R , расположенные на среднем расстоянии $2L$ друг от друга. Примем для пористого тела, содержащего одинаковые поры, соотношение между размерами пор и пористостью n в виде

$$n \approx (R/L)^3 \quad (20)$$

где R – характерный размер (радиус поры), L – полудлина расстояния между порами.

В условиях сжатия, близкого к одноосному, под действием напряжений σ_1 на контуре отверстий возникает растяжение, способное поддерживать устойчиво растущий разрыв, ориентированный вдоль максимальных сжимающих напряжений. Напряжения σ_2 , ориентированные поперек оси сжатия, могут быть как растягивающими, так и сжимающими. Очевидно, что в первом случае они увеличивают интенсивность напряжений в вершинах микроразрывов у отдельных пор, а во втором – уменьшают. В связи с этим отметим существование двух характерных режимов развития магистральных разрывов, образующихся при слиянии микротрещин соседних пор [6]. Если напряжения σ_2 растягивающие (или $\sigma_2 = 0$), магистральная трещина развивается вдоль оси сжатия неустойчиво, т.е. рассекает весь нагружаемый объем. В случае сжимающих напряжений σ_2 рост магистральной трещины в неустойчивом режиме прекращается при некоторой ее длине, зависящей от величины σ_2 . В качестве зародышевого очага разрушения в структуре пористого тела каждый раз выступает процесс слияния трещин от двух соседних пор вдоль оси сжатия. В условиях концентрации сжатия в концевой области трещин сжатия все напряжения сжимающие.

Условие предельного равновесия содержит 2 параметра модели разрушения пористого тела: характерный радиус поры (R) и эффективную трещиностойкость в масштабе одиночной поры (K_{lc}^{**}). Их удобно представить в виде комплекса. Тогда уравнение предельного равновесия приобретает вид

$$\frac{K_{lc}^{**}}{\sqrt{\pi R}} \approx -\sigma_1 f_1 + \sigma_2 f_2. \quad (21)$$

Очевидно, что при инициировании магистрального разрыва необходимо объединение по крайней мере двух микротрещин. Поэтому для условий инициирования длина разрыва соотносится с полурасстоянием между активными элементами структуры.

Функции f_1 и f_2 определяются решением плоской задачи теории упругости об отверстии с симметрично расположенными одинаковыми трещинами, выходящими на его контур, при нагружении плоскости с отверстием однородными напряжениями σ_1 и σ_2 . Имеющиеся численные решения этой задачи неудобны для наглядного параметрического анализа. Поэтому при практическом использовании они заменяются приближенными аналитическими функциями, в частности для условий слияния пор, в виде

$$f_1 \approx \frac{0,11\ell / R}{(\Delta\ell / R)^2 + 0,045} = \frac{0,11(n^{-1/3} - 1)}{(n^{-1/3} - 1)^2 + 0,045}, \quad 0,2 < \frac{\Delta\ell}{R} < 1,5, \quad (22)$$

$$R + \Delta\ell = L; \quad f_2 \left(\frac{\Delta\ell}{R} \right) \approx \sqrt{1 + \frac{\Delta\ell}{R}} = n^{1/6}, \quad (23)$$

где $\Delta\ell$ – длина микротрещин у отдельных пор.

В вершине трещины сжатия в очаге разрушения пористой среды напряжение σ_1 , контролирующее процесс слияния пор в (21), определяется в основном асимптотикой напряжений $\sigma_1 \approx K_1 / \sqrt{2\pi r}$, где K_1 – коэффициент интенсивности напряжений в вершине трещины сжатия, r – расстояние до очага локального разрушения (r порядка радиуса в вершине трещины сжатия). Напряжение σ_2 свяжем с величиной распора со стороны слоя, выстилающего вершину трещины сжатия в состоянии его предельного равновесия. Если, как показано ниже, радиус кривизны выстилающего слоя порядка bd , где d – размер элемента структуры (например, размер зерна кварца в песчанике), а τ^* – характерное напряжение при относительном сдвиге зерен слоя

$$\sigma_2 \sim (F/d) \operatorname{tg} \alpha; \quad \operatorname{tg} \alpha \sim d/r,$$

где F – суммарная продольная нагрузка в слое.

Если $d/r = 1/6$, $\sigma_2 \sim m \tau^*$, где m – коэффициент ($m \sim \pi/5$).

• Поперечный размер (или радиус вершины) образующейся щели связан с условиями равновесия выстилающего слоя, причем этот размер задает минимальный необходимый поперечный размер области предварительного уплотнения на продолжении трещины сжатия. Схема нагружения выстилающего слоя приведена на рис.5.

Запишем условие предельного равновесия выстилающего слоя, предполагая, что предельная продольная нагрузка на него определяется некоторой эффективной прочностью при сжатии. Это, например, могут быть характерные касательные напряжения τ^* (предельное трение с разрушением границы контакта). Отсюда

$$2\tau^* d \approx F(1 - \operatorname{tg} \alpha). \quad (24)$$

Полагая слой квазиоднородным и упругим с эффективным модулем E , запишем предельную запасаемую в нем энергию в виде

$$W \approx \frac{\pi r d}{E} \left(\frac{F}{d} \right)^2 = \frac{4 \pi r d (\tau^*)^2}{E (1 - d/r)^2}. \quad (25)$$

Функция $W(r/d)$ немонотонна (см. рис.5). Минимум энергии выстилающего слоя достигается при $r/d = 6$. Условие минимума энергии в состоянии предельного равновесия аналогично такому условию для классических трещин нормального разрыва [17]. Таким образом, радиус концевой зоны трещины сжатия в рассматриваемой схеме разрушения постоянен и составляет порядка 6 размеров зерна, что близко к данным экспериментов [12]. Приведенные соотношения замыкают задачу. Объединяя полученные соотношения и условия предельного равновесия (21)–(23), получим структуру взаимосвязи эффективного критического коэффициента интенсивности напряжений в вершине трещины сжатия и параметров внутренней задачи

$$K_I^{\text{ef}} \approx - \left(\frac{K_{IC}^{**}}{\sqrt{\pi R}} + \frac{2\tau^*}{(1-d/r)} \frac{d}{r} f_2(n) \right) \frac{\sqrt{2\pi r}}{f_1(n)}. \quad (26)$$

Для рассмотренной схемы разрушения $r/d \sim 6$. Отсюда

$$K_I^{\text{ef}} \approx - \left(\frac{K_{IC}^{**}}{\sqrt{\pi R}} + \frac{\pi\tau^*}{5} f_2(n) \right) \frac{\sqrt{12\pi d}}{f_1(n)}. \quad (27)$$

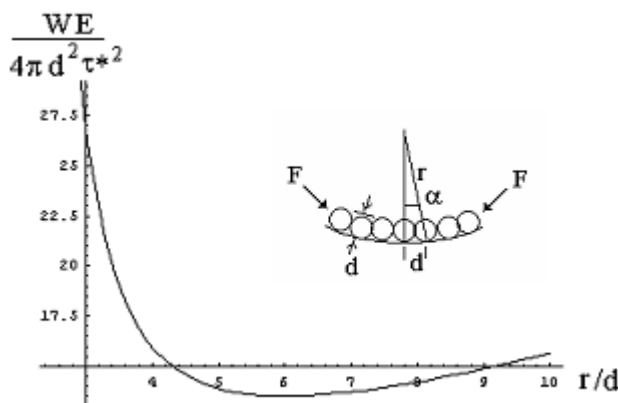


Рис.5. Энергии деформирования эффективного пограничного слоя в предельном состоянии

Заключение

Рассмотрена форма хрупкого разрушения пористых тел при сжатии (трещина сжатия), формально отвечающая моде 1. Установлены существенные отличия трещин сжатия от трещиноподобных нарушений при однородном растяжении за счет внутреннего влияющего фактора – реакции заполненной продуктами разрушения узкой полости, образующейся при локальном разрушении и перемещении продуктов разрушения материала в концевых областях. Поперечный размер концевой области вблизи ее внутренней границы контролируется условием минимизации упругой энергии слоя, выстилающего полость трещины сжатия, в состоянии предельного равновесия.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект 08-01-00696) и Программы фундаментальных исследований Президиума РАН П-09.

Библиографический список

1. Brace W.F., Bombolakis E.G. A note of brittle crack growth in compression // *J. Geophys. Res.* – 1963. – Vol. 68. – № 12. – P. 3709–3713.
2. Dyskin A.V., Germanovich L.N., Ustinov K.V. Modeling 3D crack growth and interaction in compression // *Proc. 1st Austral-Asian Congress on Appl. Mech. (ACAM-96), Melbourne, Inst. of Eng.* – 1996. – Vol.1. – P. 139–144.
3. Садовский М.А., Писаренко В.Ф. Случайности и неустойчивость в геофизических процессах // *Изв. АН СССР. Физика Земли.* – 1989. – № 2. – С. 3–12.
4. Ревуженко А.Ф., Стажевский С.Б., Шемякин Е.И. О механизме даформирования сыпучего материала при больших сдвигах // *ФТПРПИ.* – 1974. – № 3 – С. 130–133.
5. Шемякин Е.И. О свободном разрушении твердых тел // *ДАН СССР.* – 1991. – Т.316. – № 6. – С.1371–1373.
6. Гольдштейн Р.В. Разрушение при сжатии // *Успехи механики.* – 2003. – Т.2. – № 2. – С. 3–20.
7. Гольдштейн Р.В. Осипенко Н.М. Структуры в процессах разрушения // *Изв. РАН. МГТ.* – 1999. – № 5. – С. 49–71.
8. Хеллан К. Введение в механику разрушения. – М.: Мир, 1988. – 364 с.
9. Goldstein R.V., Osipenko N.M. Some questions on ice and ice cover fracture in compression // *In: Ice-structure interaction. IUTAM-IAHR Symp. St. John's, New foundland, Canada, Berlin, Hidelberg, Springer-Verlag.* – 1991. – P. 251–266.
10. Гольдштейн Р.В., Ладыгин В.М., Осипенко Н.М. Модель разрушения слабопористого материала при сжатии и растяжении // *ФТПРПИ.* – 1974. – № 1. – С. 3–13.
11. Гольдштейн Р.В., Осипенко Н.М. Структуры разрушения в условиях интенсивного сжатия // *Проблемы механики деформированного твердого тела и горных пород.* – М.: Физматлит. – 2006. – С.152–166.
12. Haimson B., Lee H. Borehole breakouts and compaction bands in two high-porosity sandstones // *Int. J. Rock. Mech. Min. Sci.* – 2004. – Vol. 41. – P. 287–301.
13. Haimson B.C. Borehole breakouts in Berea sandstone reveal a new fracture // *Pure Appl. Geophys.* – 2003. – Vol. 160. – P. 813–831.
14. Haimson B., Kovacich J. Borehole instability in high-porosity Berea sandstone and factors affecting dimensions and shape of fracture-like breakouts // *Engineering geology.* – 2003. – Vol. 69. – P. 219–231.
15. Mollema P.N., Antonellini M.A. Compaction bands: a structural analog for anti-mode I crack in Aeolian sandstone // *Tectonophysics.* – 1996. – Vol. 267. – P. 209–228.
16. Lajtai E.Z. Brittle fracture in compression // *Int.J. Fracture.* – 1974. – Vol. 10. – № 4. – P. 525–536.
17. Черепанов Г.П. Механика хрупкого разрушения. – М.: Наука, 1974. – 640 с.
18. Чанышев А.И., Ефименко Л.Л. Математические модели блочных сред в задачах геомеханики // *ФТПРПИ.* – 2003. – № 3. – С. 73–84.

Получено 5.11.2008