

УДК 621.9

**В.А. Спирин, М.А. Красильников, А.А. Михайлов**

**V.A. Spirin, M.A. Krasilnikov, A.A. Michailov**

Пермский национальный исследовательский политехнический университет  
Perm National Research Polytechnic University

## **МЕТОДОЛОГИЯ КОМПЛЕКСНОГО РАСЧЕТА ТОЧНОСТИ ОБРАБОТКИ ДЛЯ ТОКАРНЫХ СТАНКОВ С ЧПУ**

### **INTEGRATED CALCULATION METHODOLOGY FOR PROCESSING PRECISION CNC LATHES**

Изложена методика интегральной оценки точности изготовления деталей на токарных станках.

**Ключевые слова:** формообразование, преобразования координат, статическая жесткость, тепловые деформации, геометрическая точность.

The technique of integral evaluation of precision is manufacture of parts on lathes.

**Keywords:** shaping, transformation of coordinates, static stiffness, heat deformation, geometric precision.

Точность – один из важнейших показателей качества машин, существенно влияющий на все критерии работоспособности их механизмов, а следовательно, и на выходные показатели машин: быстроходность, энергетическую эффективность, материалоемкость, надежность и долговечность. Точность технологических машин в решающей степени определяет точность изделий.

Развитие техники связано с непрерывным повышением требований к точности машин, включая ее сохранение под нагрузкой и во времени. Проблема точности станков является первостепенной. Станки должны гарантировать широкую взаимозаменяемость деталей, обеспечивающую многократное повышение производительности труда благодаря принципиальному упрощению сборочных операций, переходу на серийное и массовое производство, широчайшему применению стандартных изделий, специализации и кооперированию заводов и т.д. Повышение точности станков увеличивает их производительность благодаря возможности уменьшения числа рабочих проходов, оптимизации режимов обработки, уменьшения трудоемкости окончательных операций.

Таким образом, экономическая эффективность повышения точности станков определяется двумя факторами народно-хозяйственного значения:

- повышением качества машин, приборов и других изделий, изготавливаемых на станках;

- повышением производительности механической обработки.

Точность влияет на работу машин по следующим критериям:

- динамическая нагруженность, колебания и шум, связанные с погрешностями изготовления, неуравновешенностью и биением деталей, кинематическими погрешностями, увеличенными зазорами в сопряжениях, волнистостью;

- прочность в связи с динамическими нагрузками, распределением нагрузок в статически неопределимых системах, использованием многоконтактных конструкций, условиями контактирования деталей (кромочными давлениями), концентрацией напряжений;

- потери на трение, нагрев и износ, связанные с динамическими нагрузками, вредными нагрузками из-за избыточных связей в механизмах и концентрации давления, неоптимальными зазорами и состоянием поверхности;

- надежность, связанная со всеми критериями работоспособности, их взаимным влиянием, а также с начальными запасами точности;

- быстроходность, связанная с динамическими нагрузками и нагревом;

- материалоемкость в связи с ограничением быстроходности и дополнительными вредными нагрузками.

Точность деталей и механизмов по условию их удовлетворительной работы должна обеспечивать точное положение и движение звеньев, ограничение динамических нагрузок, концентрации нагрузок и напряжений, оптимальные зазоры и натяги в сопряжениях и др.

Требования к шероховатости и точности поверхностей деталей устанавливаются с учетом их функций и требуемых свойств поверхностей, к которым относятся: точное базирование; физико-химические свойства – сопротивление коррозии, отражательная способность, теплоэлектрическая проводимость, способность к склеиванию; антифрикционные и фрикционные свойства; прочность и жесткость – сопротивление объемной и контактной усталости, смятию и др.; уплотняющая способность в покое и при движении.

Эти функции в значительной степени определяют требования к текстуре поверхности. Существенно значимы высота микронеровностей, их профиль и расположение (следы обработки), волнистость.

Погрешности машин и станков по своей природе можно разделить:

- на собственные, не связанные с внешними воздействиями, – погрешности изготовления и сборки, систематические погрешности, обусловленные принципом работы машины или процесса (например, замена сложного профиля изделия при обработке на упрощенный);

– погрешности от внешних воздействий без необратимых изменений в системе – упругие и температурные деформации;

– погрешности от необратимых изменений параметров машины – изнашивания, старения, коробления.

Большинство машин и деталей выходит из строя не из-за разрушений и общего морального устаревания, а из-за потери точности вследствие износа, обмятий, коробления, приводящих в итоге к значительному снижению основных выходных характеристик машин.

На сегодняшний день данные о комплексном влиянии всех факторов на форму детали отсутствуют, для этого была поставлена задача разработать способ комплексного расчета погрешностей формы детали при токарной обработке. Для того чтобы решить поставленную задачу, необходимо решить ряд вопросов, основным из которых является разработка математической модели формообразования деталей при токарной обработке. Система расчетов точности станков позволяет построить баланс точности станка, выяснить влияние отдельных факторов на точность обработанной поверхности, определить погрешность формообразующей схемы (ФС), диагностировать источник погрешности по результатам измерения обработанных на станке деталей и т.д.

Система расчетов базируется на пересмотре традиционной математической модели основной количественной характеристики точности – погрешности механического устройства. Последняя в соответствии с ее физическим смыслом может быть представлена как полная вариация функции, описывающей основное служебное назначение устройства, в связи с чем предлагаемый метод расчета назван вариационным. Для металлорежущего станка такой функцией является функция формообразования.

При рассмотрении номинальных (заданных) движений узлов станка удобно представлять ФС как совокупность твердых тел, каждое из которых может быть заменено при анализе механических параметров системой координат  $S$  [2]. Начало  $O$  и оси  $X, Y, Z$  системы координат (рис. 1) при этом связываются с конструктивными, или технологическими, базами узла [2]. Таковыми базами преимущественно являются направляющие, шпиндельные опоры, точно обработанные плоскости и цилиндрические поверхности.

Начальное звено цепи формообразования, которым является обрабатываемая деталь, всегда считается в относительном движении неподвижным. Перечень обобщенных координат и скоростей начинается, таким образом, со звена, следующего за обрабатываемой деталью.

Аналитическую зависимость, связывающую перемещения звеньев ФС с траекторией движения точек инструмента относительно обрабатываемой детали в системе координат  $S_0$  обрабатываемой детали, будем называть функцией формообразования [3].

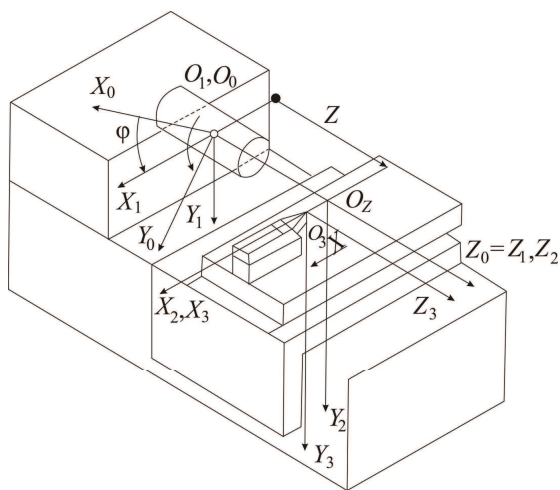


Рис. 1. Формообразующая система токарного станка

Для построения функции формообразования наиболее удобен математический аппарат преобразования координат, использующий матрицы и векторы четвертого порядка, применение которых для вывода и анализа уравнений поверхностей в трехмерном пространстве широко известно из теории зубчатых зацеплений и анализа механики роботов [2, 4]. Основная особенность этого аппарата состоит в том, что любые преобразования координат могут быть выражены с помощью одной математической операции умножения матриц, в то время как при использовании векторов и матриц третьего порядка необходимы две операции: преобразование поворота системы координат моделируется умножением матриц и преобразование сдвига – сложением векторов.

Формулы преобразования координат в матричной форме выглядят следующим образом ( $X, Y, Z$  – старая система координат,  $X_1, Y_1, Z_1$  – новая система координат):

	$X$	$Y$	$Z$	
$X_1$	$\cos(X \wedge X_1)$	$\cos(Y \wedge X_1)$	$\cos(Z \wedge X_1)$	0
$Y_1$	$\cos(X \wedge Y_1)$	$\cos(Y \wedge Y_1)$	$\cos(Z \wedge Y_1)$	0
$Z_1$	$\cos(X \wedge Z_1)$	$\cos(Y \wedge Z_1)$	$\cos(Z \wedge Z_1)$	0
$A$	0	0	0	1

Рассмотрим решение прямой задачи, для которой последовательность преобразования системы координат приведена на рис. 2.

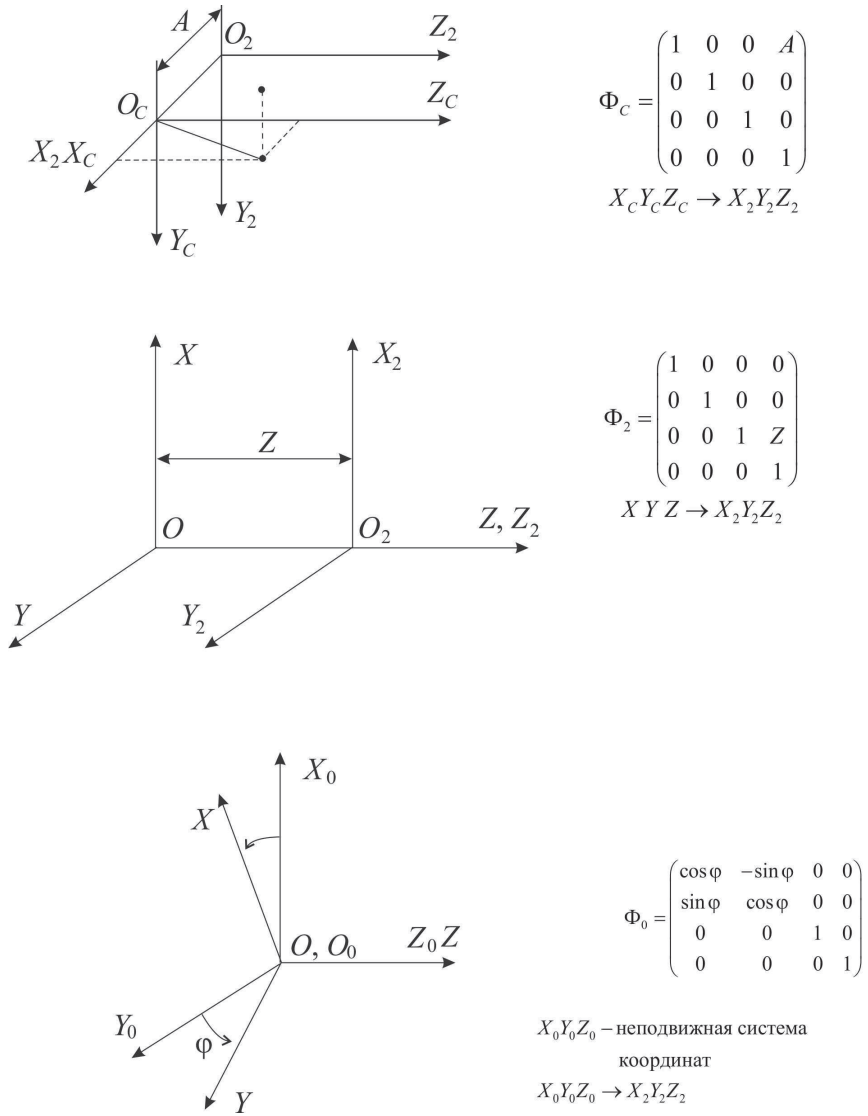


Рис. 2. Схема преобразования координат

$$\overline{q}_C = \Phi_C \cdot \Phi_2 \cdot \Phi_0 \cdot \overline{Z}_0.$$

$$\Phi_C \times \Phi_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & A \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & A \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & Z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & A \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & Z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{aligned}
(\Phi_C \times \Phi_2) \times \Phi_0 &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & A \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & Z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi & 0 & 0 \\ \sin \varphi & \cos \varphi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \\
&= \begin{pmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi & 0 & A \\ \sin \varphi & \cos \varphi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & Z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.
\end{aligned}$$

$$\begin{pmatrix} X_C \\ Y_C \\ Z_C \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi & 0 & A \\ \sin \varphi & \cos \varphi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & Z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \\ 1 \end{pmatrix},$$

$$\begin{cases} X_C = X_0 \cos \varphi - X_0 \sin \varphi + A \\ Y_C = Y_0 \sin \varphi + Y_0 \cos \varphi \\ Z_C = Z_0 + Z \end{cases}.$$

Обратная задача позволяет рассчитать изменение радиуса детали в неподвижной системе координат в зависимости от изменений геометрической точности станка, статической жесткости, тепловых деформаций, вибраций и технологической надежности.

Для обратной задачи последовательность преобразования системы координат представлена на рис. 3 и выражается формулой

$$r_0 = \Phi_0^{-1} \cdot \Phi_2^{-1} \cdot \Phi_C^{-1} \cdot r_C.$$

Матрицы обратного перехода имеют вид:

$$\Phi_0 = \begin{pmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi & 0 & 0 \\ \sin \varphi & \cos \varphi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad \Phi_2^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -Z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad \Phi_C^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -A \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Произведение матриц выполняется в следующей последовательности:

$$\begin{aligned} \Phi_0^{-1} \times \Phi_2^{-1} &= \begin{pmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi & 0 & 0 \\ \sin \varphi & \cos \varphi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -Z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi & 0 & 0 \\ \sin \varphi & \cos \varphi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -Z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \\ (\Phi_0^{-1} \times \Phi_2^{-1}) \times \Phi_C^{-1} &= \begin{pmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi & 0 & 0 \\ \sin \varphi & \cos \varphi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -Z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -A \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi & 0 & -A \cos \varphi \\ -\sin \varphi & \cos \varphi & 0 & A \sin \varphi \\ 0 & 0 & 1 & -Z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \\ r_0 &= \begin{pmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi & 0 & -A \cos \varphi \\ -\sin \varphi & \cos \varphi & 0 & A \sin \varphi \\ 0 & 0 & 1 & -Z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} X_C \\ Y_C \\ Z_C \\ 1 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

Формулы обратного перехода имеют вид:

$$\begin{cases} X_0 = X_C \cos \varphi + Y_C \sin \varphi - A \sin \varphi \\ Y_0 = -X_C \sin \varphi + Y_C \cos \varphi + A \sin \varphi, \\ Z_0 = Z_C - Z \end{cases}$$

где  $A = (R_d + l)$ ;  $R_d = \sqrt{X_0^2 + Y_0^2}$  – радиус детали;  $X_0, Y_0, Z_0$  – координаты точки детали, обрабатываемой в текущий момент времени.

Причинами погрешностей считаются:

- статическая жесткость,
- геометрическая точность станка,
- прогиб детали,
- колебания резца,

- изменение нагрузок в зависимости от колебаний твердости, величины снимаемого припуска и динамических характеристик станка,
- деформация упругих элементов.

Последовательность переходов:

$$X_0Y_0Z_0 \rightarrow XYZ \rightarrow X_2Y_2Z_2 \rightarrow X'_2Y'_2Z'_2 \rightarrow X_CY_CZ_C \rightarrow X'_CY'_CZ'_C \rightarrow X_{C\gamma}Y_{C\gamma}Z_{C\gamma} \rightarrow X_{C\omega}Y_{C\omega}Z_{C\omega}.$$

Переход  $X_0Y_0Z_0 \rightarrow XYZ$ :

$$\begin{aligned} \Phi_0^{-1} \times \Phi_2^{-1} &= \begin{pmatrix} \cos\varphi & \sin\varphi & 0 & 0 \\ -\sin\varphi & \cos\varphi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -Z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} \cos\varphi & \sin\varphi & 0 & 0 \\ -\sin\varphi & \cos\varphi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -Z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

Переход к системе  $X'_2Y'_2Z'_2 (\Delta A, \Delta Y_2)$ :

Отношение системы координат  $X_2Y_2Z_2$  к  $X'_2Y'_2Z'_2$  с помощью  $\pm\Delta X_2$ ;  $\Delta Y_2$ :

$$\begin{aligned} (\Phi_0^{-1} \times \Phi_2^{-1}) \times \Phi_2^{-1} &= \begin{pmatrix} \cos\varphi & \sin\varphi & 0 & 0 \\ -\sin\varphi & \cos\varphi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -Z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -\Delta A \\ 0 & 1 & 0 & -\Delta Y_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} \cos\varphi & \sin\varphi & 0 & (-A\cos\varphi - \Delta Y_2\sin\varphi) \\ -\sin\varphi & \cos\varphi & 0 & (A\sin\varphi - \Delta Y_2\cos\varphi) \\ 0 & 0 & 1 & -Z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$



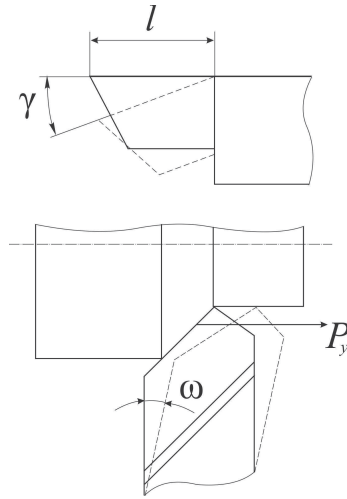


Рис. 3. Схема преобразования координат

Переход к системе  $X_C Y_C Z_C$  :

$$\Phi_C^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -A \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$(\Phi_0^{-1} \cdot \Phi_2^{-1} \cdot \Phi_2^{-1}) \times \Phi_C^{-1} = \begin{pmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi & 0 & (-A \cos \varphi - \Delta Y_2 \sin \varphi) \\ -\sin \varphi & \cos \varphi & 0 & (A \sin \varphi - \Delta Y_2 \cos \varphi) \\ 0 & 0 & 1 & -Z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \times$$

$$\times \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -A \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi & 0 & (-A \cos \varphi - \Delta A \cos \varphi - \Delta Y_2 \sin \varphi) \\ -\sin \varphi & \cos \varphi & 0 & (A \sin \varphi + \Delta A \sin \varphi - \Delta Y_2 \cos \varphi) \\ 0 & 0 & 1 & -Z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Переход к системе  $X'_C Y'_C Z'_C$  :

$$\Phi_C'^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -\Delta X_C \\ 0 & 1 & 0 & -\Delta Y_C \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$\begin{aligned} & (\Phi_0^{-1} \cdot \Phi_2^{-1} \cdot \Phi_2'^{-1} \cdot \Phi_C^{-1}) \times \Phi_C' = \\ & = \begin{pmatrix} \cos\varphi & \sin\varphi & 0 & (-A\cos\varphi - \Delta A\cos\varphi - \Delta Y_2 \sin\varphi) \\ -\sin\varphi & \cos\varphi & 0 & (A\sin\varphi + \Delta A\sin\varphi - \Delta Y_2 \cos\varphi) \\ 0 & 0 & 1 & -Z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \times \\ & \times \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -\Delta X_C \\ 0 & 1 & 0 & -\Delta Y_C \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \\ & = \begin{pmatrix} \cos\varphi & \sin\varphi & 0 & (-\Delta X_C \cos\varphi - \Delta Y_C \sin\varphi - A\cos\varphi - \Delta A\cos\varphi - \Delta Y_2 \sin\varphi) \\ -\sin\varphi & \cos\varphi & 0 & (\Delta X_C \sin\varphi - \Delta Y_C \cos\varphi + A\sin\varphi + \Delta A\sin\varphi - \Delta Y_2 \cos\varphi) \\ 0 & 0 & 1 & -Z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

Переход к системе  $X_{C_\gamma} Y_{C_\gamma} Z_{C_\gamma}$ :

$$\Phi_{C_\gamma} = \begin{pmatrix} \cos\gamma & \sin\gamma & 0 & 0 \\ -\sin\gamma & \cos\gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$\begin{aligned} & (\Phi_0^{-1} \cdot \Phi_2^{-1} \cdot \Phi_2'^{-1} \cdot \Phi_C^{-1} \cdot \Phi_C') \times \Phi_{C_\gamma} = \\ & = \begin{pmatrix} \cos\varphi & \sin\varphi & 0 & (-\Delta X_C \cos\varphi - \Delta Y_C \sin\varphi - A\cos\varphi - \Delta A\cos\varphi - \Delta Y_2 \sin\varphi) \\ -\sin\varphi & \cos\varphi & 0 & (\Delta X_C \sin\varphi - \Delta Y_C \cos\varphi + A\sin\varphi + \Delta A\sin\varphi - \Delta Y_2 \cos\varphi) \\ 0 & 0 & 1 & -Z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \times \end{aligned}$$

$$\times \begin{pmatrix} \cos \gamma & \sin \gamma & 0 & 0 \\ -\sin \gamma & \cos \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} \cos \varphi \sin \gamma - \sin \varphi \sin \gamma & \cos \varphi \sin \gamma + \sin \varphi \cos \gamma & 0 & -(A + \Delta A + \Delta X_C) \cos \varphi - (\Delta Y_C + \Delta Y_2) \sin \varphi \\ -\sin \varphi \cos \gamma - \cos \varphi \sin \gamma & -\sin \varphi \sin \gamma + \cos \varphi \cos \gamma & 0 & (A + \Delta A + \Delta X_C) \sin \varphi - (\Delta Y_C + \Delta Y_2) \cos \varphi \\ 0 & 0 & 1 & -Z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Переход к системе  $X_{C\omega} Y_{C\omega} Z_{C\omega}$ :

$$\Phi_{C\omega} = \begin{pmatrix} \cos \omega & 0 & \sin \omega & 0 \\ -\sin \omega & 1 & \cos \omega & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$(\Phi_0^{-1} \cdot \Phi_2^{-1} \cdot \Phi_2^{-1} \cdot \Phi_C^{-1} \cdot \Phi_C^{-1} \cdot \Phi_{C\gamma}) \times \Phi_{C\omega} =$$

$$= \begin{pmatrix} \cos \varphi \sin \gamma - \sin \varphi \sin \gamma & \cos \varphi \sin \gamma + \sin \varphi \cos \gamma & 0 & -(A + \Delta A + \Delta X_C) \cos \varphi - (\Delta Y_C + \Delta Y_2) \sin \varphi \\ -\sin \varphi \cos \gamma - \cos \varphi \sin \gamma & -\sin \varphi \sin \gamma + \cos \varphi \cos \gamma & 0 & (A + \Delta A + \Delta X_C) \sin \varphi - (\Delta Y_C + \Delta Y_2) \cos \varphi \\ 0 & 0 & 1 & -Z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \times$$

$$\times \begin{pmatrix} \cos \omega & 0 & \sin \omega & 0 \\ -\sin \omega & 1 & \cos \omega & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} \cos \omega \cos(\varphi + \gamma) & \sin(\varphi + \gamma) & \sin \omega \cos(\varphi + \gamma) & -(A + \Delta A + \Delta X_C) \cos \varphi - (\Delta Y_C + \Delta Y_2) \sin \varphi \\ -\cos \omega \sin(\varphi + \gamma) & \cos(\varphi + \gamma) & -\cos \omega \sin(\varphi + \gamma) & (A + \Delta A + \Delta X_C) \sin \varphi - (\Delta Y_C + \Delta Y_2) \cos \varphi \\ -\sin \omega & 0 & \cos \omega & -Z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$\begin{cases} X_0 = X_C \cos \omega \cos(\varphi + \gamma) + Y_C \sin(\varphi + \gamma) + Z_C \sin \omega \cos(\varphi + \gamma) - (A + \Delta A + \Delta X_C) \cos \varphi - (\Delta Y_C + \Delta Y_2) \sin \varphi \\ Y_0 = -X_C \cos \omega \sin(\varphi + \gamma) + Y_C \cos(\varphi + \gamma) - Z_C \cos \omega \sin(\varphi + \gamma) + (A + \Delta A + \Delta X_C) \sin \varphi - (\Delta Y_C + \Delta Y_2) \cos \varphi \\ Z_0 = -X_C \sin \omega + Z_C \cos \omega - Z \end{cases}$$

$R_0 = \sqrt{X_0^2 + Y_0^2}$  – радиус в текущий момент времени.

### **Расчет возможных погрешностей для систем $XOZ$ , $X_3O_3Z_3$**

Формулы перехода:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\Delta X - \Delta X_3}{L}, \quad \Delta X_i = Z_i \cdot \operatorname{tg} \alpha, \quad \Delta A = \Delta X - \Delta X_i.$$

Формулы перехода:

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{\Delta X - (-\Delta X_3)}{L}, \quad \Delta X_i = Z_i \cdot \operatorname{tg}\alpha, \quad \Delta A = \Delta X - \Delta X_i,$$

$$-\operatorname{tg}\alpha = \frac{\Delta X - \Delta X_3}{L}, \quad -\Delta X_i = Z_i \cdot \operatorname{tg}\alpha, \quad \Delta A = \Delta X - (-\Delta X_i).$$

Формулы перехода:

$$-\operatorname{tg}\alpha = \frac{-\Delta X - \Delta X_3}{L}, \quad -\Delta X_i = Z_i \cdot \operatorname{tg}\alpha, \quad \Delta A = -\Delta X - (-\Delta X_i),$$

$$-\operatorname{tg}\alpha = \frac{\Delta X - (-\Delta X_3)}{L}, \quad -\Delta X_i = Z_i \cdot \operatorname{tg}\alpha, \quad -\Delta A = -\Delta X - (-\Delta X_i).$$

Аналогично для систем  $YOZ, Y_3O_3Z_3$ .

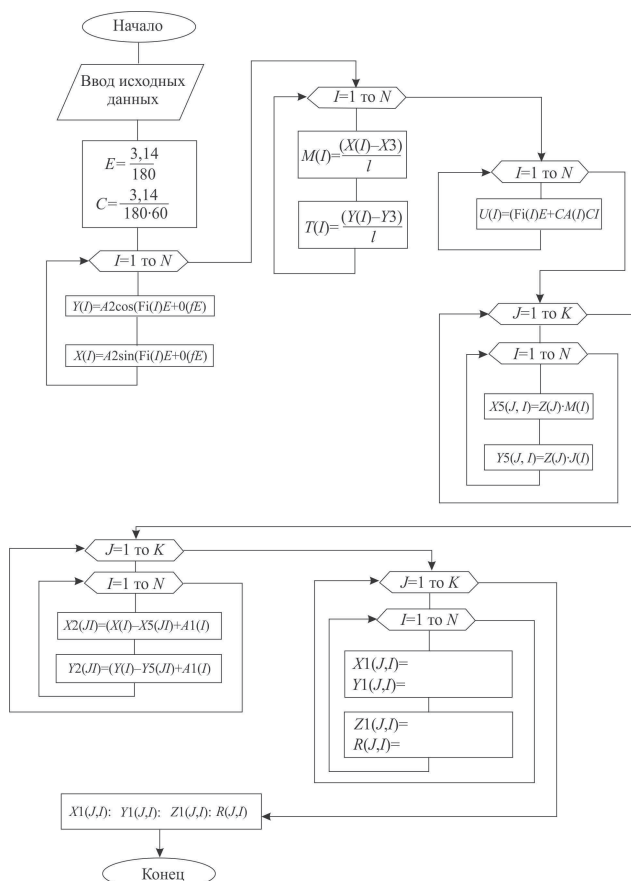


Рис. 4. Алгоритм комплексного расчета

**Расчет радиуса обработанной поверхности  
в текущий момент времени и влияние погрешностей на размер**

Для расчета принимаем

$$\begin{aligned}\Delta A &= (\Delta X - \Delta X_i) + \Delta A_i, \quad \Delta Y_2 = (\Delta Y - \Delta Y_i) + \Delta Y_{2i}, \\ \operatorname{tg}\alpha &= \frac{\Delta X - \Delta X_3}{L}, \quad \operatorname{tg}\beta = \frac{\Delta Y - \Delta Y_3}{L}, \\ \Delta X_i &= Z_i \cdot \operatorname{tg}\alpha, \quad \Delta Y_i = Z_i \cdot \operatorname{tg}\beta,\end{aligned}$$

где  $\Delta A_i$  и  $\Delta Y_{2i}$  зависят от статической жесткости детали.

Данная методика может быть использована для моделирования качества формообразования, шероховатости и волнистости при токарной обработке на станках с ЧПУ.

Это моделирование позволяет рассчитать выходные параметры обработки на этапе проектирования технологического процесса (рис. 4).

### Список литературы

1. Портман В.Т., Шустер В.Г. Модель выходной точности станка. – М.: Машиностроение, 1983. – 211 с.
2. Литвин Ф.Л. Теория зубчатых зацеплений. – М: Наука, 1986. – 584 с.
3. Решетов Д.Н., Портман В.Т. Точность металлорежущих станков. – М.: Машиностроение, 1986. – 336 с.
4. Хомяков В.С. Расчет динамических характеристик шпинделя. – М.: Мосстанкин, 1976. – 157 с.

Получено 27.04.2012