

В.И. Васенин, М.Ю. Щелконогов

Пермский государственный технический университет

ИССЛЕДОВАНИЕ L-ОБРАЗНОЙ ЛИТНИКОВОЙ СИСТЕМЫ С ПИТАТЕЛЯМИ РАЗНЫХ ПЛОЩАДЕЙ СЕЧЕНИЙ*

Изложена методика расчета расхода и давлений металла в L-образной литниковой системе. Показано, как определяются потери напора на трение в местных сопротивлениях и на изменение напора. Определены величины коэффициентов расхода, скорости, расходы и давления в системе в зависимости от количества и размеров работающих питателей. Приведено описание лабораторной L-образной литниковой системы. Получено хорошее совпадение расчетных и экспериментальных результатов. Доказано, что уравнение Бернулли можно использовать при расчетах потоков жидкости с переменным расходом.

Теоретически и экспериментально найдем расход и давления металла в L-образной литниковой системе, показанной на рисунке. Система состоит из литниковой чаши, стояка, коллектора и трех питателей. Внутренний диаметр чаши равен 0,272 м, высота воды в чаше – 0,100 м. Продольные оси питателей и коллектора находятся в одной плоскости. Уровень жидкости H – расстояние по вертикали от сечения 1–1 в литниковой чаше до продольной оси коллектора и питателей – поддерживался постоянным путем непрерывного доливания воды в чашу и сливания ее излишков через специальную щель в чаше: $H = 0,365 \text{ м} = \text{const}$. Жидкий металл выливается сверху из питателей в форму (на рисунке не показана). Были исследованы две схемы соединения питателей: схема А и схема В. Для схемы А питатели I, II и III имеют следующие диаметры и длины (м): $d_8 = 0,00401$, $l_8 = 0,025$, $d_9 = 0,00601$, $l_9 = 0,035$, $d_{10} = 0,00901$, $l_{10} = 0,050$. Коэффициенты сопротивлений питателей: $\zeta_8 = 0,309$, $\zeta_9 = 0,385$, $\zeta_{10} = 0,362$ (определены экспериментально). Диаметр стояка равен диаметру коллектора: $d_{\text{ст}} = d_{\text{к}} = 0,01601$ м. Длина стояка $l_{\text{ст}} = 0,257$ м. В сечениях 5–5, 6–6 и 7–7 установлены для измерения напора пьезометры – стеклянные трубочки длиной 370 мм и внутренним диаметром 4,5 мм. Время истечения жидкости из каждого питателя составляло 70–450 с, количество вылившейся из питателя воды – около 10 кг. Эти временные и весовые ограничения обеспечили отклонение от среднего значения скорости $\pm 0,005$ м/с, не более.

* В работе участвовали Д.В. Васенин, О.С. Вахнина и И.В. Любимова.

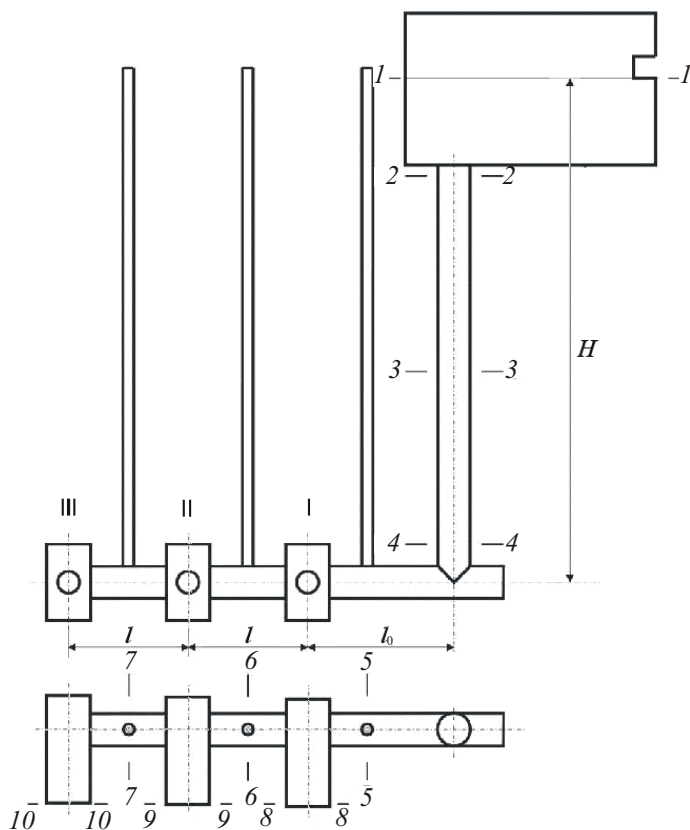


Рис. Литниковая система

Сначала найдем характеристики системы при работе только одного питателя, установленного в положение питателя III на рисунке. Составим уравнение Бернулли для сечений $1-1$ и $10-10$ литниковой системы (работает только питатель III):

$$\frac{p_1}{\gamma} + \alpha \frac{v_1^2}{2g} + H = \frac{p_{10}}{\gamma} + \alpha \frac{v_{10}^2}{2g} + h_{1-10}, \quad (1)$$

где p_1 и p_{10} – давления в сечениях $1-1$ и $10-10$, Н/м^2 (равны атмосферному давлению: $p_1 = p_{10} = p_a$); α – коэффициент неравномерности распределения скорости по сечению потока (коэффициент Кориолиса), принимаем $\alpha = 1,1$ [1, с. 108]; g – ускорение свободного падения, $g = 9,81 \text{ м/с}^2$; v_1 и v_{10} – скорости металла в сечениях $1-1$ и $10-10$, м/с (вследствие большой разности площадей чаши S_1 в сечении $1-1$ и питателя S_{10} в сечении $10-10$ можно принять

$v_1 = 0$); γ – удельный вес жидкого металла, Н/м³; h_{1-10} – потери напора при движении металла от сечения 1–1 до сечения 10–10, м. Потери напора

$$h_{1-10} = \zeta_{\text{ст}} \alpha \frac{v_2^2}{2g} + \lambda \frac{l_{\text{ст}}}{d_3} \alpha \frac{v_3^2}{2g} + \left(\zeta_{\text{к}} + \lambda \frac{l_0 + 2l}{d_5} \right) \alpha \frac{v_5^2}{2g} + \left(\zeta_{10} + \lambda \frac{l_{10}}{d_{10}} \right) \alpha \frac{v_{10}^2}{2g}, \quad (2)$$

где $\zeta_{\text{ст}}$, $\zeta_{\text{к}}$ и ζ_{10} – коэффициенты местных сопротивлений входа металла из чаши в стояк, поворота из стояка в коллектор и поворота из коллектора в питатель III с выходным сечением 10–10; v_2 , v_3 и v_5 – скорости металла в сечениях 2–2, 3–3 стояка и 5–5 в коллекторе, м/с; d_3 , d_5 и d_{10} – гидравлические диаметры стояка в сечении 3–3, коллектора в сечении 5–5 и питателя III в сечении 10–10, м; λ – коэффициент потерь на трение; l – расстояние между питателями, м; $l = 0,125$ м; l_0 – расстояние от стояка до первого питателя, м; $l_0 = 0,145$ м. Расход металла в литниковой системе при сливе сверху определяется скоростью металла v_{10} в выходном сечении 10–10 питателя III и площадью его поперечного сечения S_{10} :

$$Q = v_{10} S_{10}. \quad (3)$$

Остальные скорости металла в каналах литниковой системы определяем из уравнения неразрывности потока

$$Q = v_2 S_2 = v_3 S_3 = v_4 S_4 = v_5 S_5 = v_6 S_6 = v_7 S_7 = v_{10} S_{10}, \quad (4)$$

где S_2 , S_3 , S_4 , S_5 , S_6 и S_7 – площади сечения стояка в сечениях 2–2, 3–3, 4–4 и коллектора в сечениях 5–5, 6–6 и 7–7, м². Выразим все скорости металла в (2) через скорость v_{10} , используя уравнение неразрывности потока (4):

$$h_{1-10(10)}^{(1)} = \alpha \frac{v_{10}^2}{2g} \left[\zeta_{\text{ст}} \left(\frac{S_{10}}{S_2} \right)^2 + \lambda \frac{l_{\text{ст}}}{d_3} \left(\frac{S_{10}}{S_3} \right)^2 + \left(\zeta_{\text{к}} + \lambda \frac{l_0 + 2l}{d_5} \right) \left(\frac{S_{10}}{S_5} \right)^2 + \zeta_{10} + \lambda \frac{l_{10}}{d_{10}} \right]. \quad (5)$$

Поскольку диаметр стояка $d_{\text{ст}}$ равен диаметру коллектора $d_{\text{к}}$, выражение (5) можно записать так:

$$h_{1-10(10)}^{(1)} = \alpha \frac{v_{10}^2}{2g} \left[\left(\zeta_{\text{ст}} + \lambda \frac{l_{\text{ст}} + l_0 + 2l}{d_{\text{к}}} + \zeta_{\text{к}} \right) \left(\frac{S_{10}}{S_{\text{к}}} \right)^2 + \zeta_{10} + \lambda \frac{l_{10}}{d_{10}} \right]. \quad (6)$$

Выражение в квадратных скобках обозначим как $\zeta_{1-10(10)}^{(1)}$ – это коэффициент сопротивления системы от сечения 1–1 до сечения 10–10, приве-

денный к скорости металла в сечении 10–10 (в системе работает только один питатель):

$$\zeta_{1-10(10)}^{(1)} = \left(\zeta_{\text{ст}} + \lambda \frac{l_{\text{ст}} + l_0 + 2l}{d_{\text{к}}} + \zeta_{\text{к}} \right) \left(\frac{S_{10}}{S_{\text{к}}} \right)^2 + \zeta_{10} + \lambda \frac{l_{10}}{d_{10}}. \quad (7)$$

Тогда (1) можно записать так:

$$H = \alpha v_{10}^2 (1 + \zeta_{1-10(10)}^{(1)}) / 2g. \quad (8)$$

А коэффициент расхода системы от сечения 1–1 до сечения 10–10, приведенный к скорости v_{10} ,

$$\mu_{1-10(10)}^{(1)} = \left(1 + \zeta_{1-10(10)}^{(1)} \right)^{-1/2}. \quad (9)$$

Скорость

$$v_{10} = \mu_{1-10(10)}^{(1)} \sqrt{2gH / \alpha}. \quad (10)$$

Расход Q находим по выражению (3). Принимаем, как и в работе [2], что коэффициент потерь на трение $\lambda = 0,03$. Коэффициент местного сопротивления входа из чаши в стояк определяем по справочнику [3, с. 103]: $\zeta_{\text{ст}} = 0,10$. Коэффициент местного сопротивления поворота из стояка в коллектор на 90° (без изменения площадей сечений) $\zeta_{\text{к}} = 1$ [4, с. 209]. Результаты расчетов по формулам (7), (9), (10) и (3) и экспериментальные данные (в знаменателе) приведены в таблице.

Найдем расход металла в литниковой системе при работе питателей II и III (схема соединения питателей А). Составим уравнение Бернулли для сечений 6–6 и 10–10:

$$\frac{p_6}{\gamma} + \alpha \frac{v_6^2}{2g} = \left(\zeta_7 + \lambda \frac{l}{d_{\text{к}}} \right) \alpha \frac{v_7^2}{2g} + \left(\zeta_{\text{п}} + \lambda \frac{l_{10}}{d_{10}} + 1 \right) \alpha \frac{v_{10}^2}{2g} + \frac{p_{10}}{\gamma}, \quad (11)$$

и для сечений 6–6 и 9–9:

$$\frac{p_6}{\gamma} + \alpha \frac{v_6^2}{2g} = \left(\zeta_9 + \lambda \frac{l_9}{d_9} + 1 \right) \alpha \frac{v_9^2}{2g} + \frac{p_9}{\gamma}, \quad (12)$$

где p_6, p_9 – давления в сечениях 6–6 и 9–9 (давление p_9 равно атмосферному p_a), Н/м²; v_6, v_7, v_9 – скорости металла в сечениях 6–6, 7–7 и 9–9, м/с; ζ_7 – коэффициент сопротивления на проход металла в коллекторе от сечения

6–6 до сечения 7–7 при ответвлении части потока в питатель II; ζ_9 – коэффициент сопротивления на ответвление потока в питатель II с выходным сечением 9–9. Решая (11) и (12) совместно и заменяя v_7 на $v_{10}S_{10}/S_k$, имеем:

$$v_9 = v_{10} \sqrt{\frac{\left(\zeta_7 + \lambda \frac{l}{d_k}\right) \left(\frac{S_{10}}{S_k}\right)^2 + \zeta_{10} + \lambda \frac{l_{10}}{d_{10}} + 1}{\zeta_9 + \lambda l_9 / d_9 + 1}}. \quad (13)$$

После подстановки известных величин имеем:

$$v_9 = v_{10} \sqrt{\frac{0,100308\zeta_7 + 1,551977}{\zeta_9 + 1,174709}}. \quad (14)$$

В этой формуле неизвестны коэффициенты ζ_{10} и ζ_{15} , зависящие от отношения скоростей металла v_7/v_6 и v_9/v_6 , которые неизвестны. Коэффициенты сопротивлений, обусловленных отделением потока из коллектора в питатель, будем подсчитывать по соотношениям для тройников [5, с. 112–115]. Коэффициент сопротивления на проход в коллекторе при ответвлении части потока в питатель

$$\zeta_{пр} = 0,4 \left(1 - v_{пр}/v_k\right)^2 / \left(v_{пр}/v_k\right)^2, \quad (15)$$

а коэффициент сопротивления на ответвление части потока в питатель

$$\zeta_{отв} = \left[1 + \tau \left(v_{п}/v_k\right)^2\right] / \left(v_{п}/v_k\right)^2, \quad (16)$$

где v_k и $v_{пр}$ – скорости металла в коллекторе до и после ответвления части потока в питатель, м/с; $v_{п}$ – скорость металла в питателе, м/с; τ – коэффициент; $\tau = 0,45$ при $v_{п}/v_k < 1,5$ и $\tau = 0,60$, если $v_{п}/v_k \geq 1,5$ [5]. Коэффициент $\zeta_{пр}$ получается приведенным к скорости проходящего потока $v_{пр}$, а $\zeta_{отв}$ – к скорости в питателе $v_{п}$.

Допустим, что скорость в питателе II равна x_1 от скорости в питателе III: $v_9 = x_1 \cdot v_{10}$. Введем обозначение $y_1 = S_9/S_{10}$. Расход в системе

$$\begin{aligned} Q &= v_6 S_k = v_7 S_k + v_9 S_9 = v_{10} S_{10} + v_9 S_9 = v_{10} S_{10} + x_1 v_{10} \cdot y_1 S_{10} = \\ &= (1 + x_1 y_1) v_{10} S_{10} = v_{10} S_{пр(10)}^{(2)}, \end{aligned}$$

где $S_{\text{пр}(10)}^{(2)} = (1 + x_1 y_1) S_{10}$ – приведенная (к скорости v_{10}) площадь питателей при работе двух питателей. Отношения:

$$\frac{v_7}{v_6} = \frac{v_7 S_k}{v_6 S_k} = \frac{v_{10} S_{10}}{v_{10} S_{10} + v_9 S_9} = \frac{1}{1 + x_1 y_1}; \quad (17)$$

$$\frac{v_9 S_9}{v_6 S_k} = \frac{x_1 v_{10} \cdot y_1 S_{10}}{v_{10} S_{10} (1 + x_1 y_1)} = \frac{x_1 y_1}{1 + x_1 y_1}; \quad (18)$$

$$\frac{v_9}{v_6} = \frac{x_1 y_1}{1 + x_1 y_1} \frac{S_k}{S_9}. \quad (19)$$

Находим, что $y_1 = S_9 / S_{10} = 0,444938$, а $S_k / S_9 = 7,096329$. Предположим, что $x_1 = v_9 / v_{10} = 0,87$. Тогда по (17) $v_7 / v_6 = 0,720931$ – это и есть отношение $v_{\text{пр}} / v_k$ в формуле (15); определяем: $\zeta_7 = 0,059937$. По (19) $v_9 / v_6 = 1,980367$ – это $v_{\text{п}} / v_k$ в (16); тогда $\zeta_9 = 0,876127$. В (16) $\tau = 0,60$, так как $v_9 / v_6 = 1,980367 > 1,50$. Подставляем эти значения ζ_7 и ζ_9 в (14) и получаем, что $v_9 = 0,876069 v_{10}$, что больше $0,87$, которые мы задали в начале расчета. Берем соотношение $v_9 = 0,876069 v_{10}$ и повторяем расчет. После ряда приближений при $v_9 = 0,876765 v_{10}$ получаем по расчету $v_9 = 0,8767651 v_{10}$. На этом расчет отношения v_9 / v_{10} можно закончить. Принимаем $v_9 = 0,876765 v_{10}$, при этом $v_7 / v_6 = 0,719370$, $\zeta_7 = 0,060873$, $\zeta_9 = 0,852153$, а приведенная площадь питателей

$$S_{\text{пр}(10)}^{(2)} = (1 + x_1 y_1) S_{10} = (1 + 0,876765 \cdot 0,444938) S_{10} = 1,390106 S_{10}.$$

Уравнение Бернулли для сечений $I-I$ и $10-10$ при работе питателей II и III выглядит так же, как и для питателя III, – это зависимость (1). Однако расход в системе $Q = v_{10} S_{10} + v_9 S_9 = v_{10} S_{\text{пр}(10)}^{(2)}$. У нас $S_{\text{пр}(10)}^{(2)} = 1,390106 S_{10}$, $v_{\text{ст}} = v_{10} S_{\text{пр}(10)}^{(2)} / S_{\text{ст}}$, $v_5 = v_6 = v_{10} S_{\text{пр}(10)}^{(2)} / S_k$, $v_7 = v_{10} S_{10} / S_k$. И потери напора нужно записать так:

$$h_{1-10(10)}^{(2)} = \alpha \frac{v_{10}^2}{2g} \left[\left(\zeta_{\text{ст}} + \lambda \frac{l_{\text{ст}} + l_0 + l}{d_k} + \zeta_k \right) \left(\frac{S_{\text{пр}(10)}^{(2)}}{S_k} \right)^2 + \left(\zeta_7 + \lambda \frac{l}{d_k} \right) \left(\frac{S_{10}}{S_k} \right)^2 + \zeta_{10} + \lambda \frac{l_{10}}{d_{10}} \right]. \quad (20)$$

Выражение в квадратных скобках в (20) – это коэффициент сопротивления литниковой системы $\zeta_{1-10(10)}^{(2)}$ от сечения $I-I$ до сечения $10-10$, приведенный к скорости металла в сечении $10-10$ (учитывающий, разумеется, ра-

боту обоих питателей). Находим по формулам (20), (9), (10) и (3), что $\zeta_{1-10(10)}^{(2)} = 0,962712$, $\mu_{1-10(10)}^{(2)} = 0,713792$, $v_{10} = 1,821257$ м/с; $v_9 = 1,596815$ м/с, $Q_{10} = 116,120990 \cdot 10^{-6}$ м³/с, $Q_9 = 45,299490 \cdot 10^{-6}$ м³/с, $Q = Q_{10} + Q_9 = 161,420480 \cdot 10^{-6}$ м³/с.

Чтобы найти расход в системе при работе питателей I, II и III, составим уравнение Бернулли для сечений 5–5 и 10–10, 5–5 и 8–8 и после ряда преобразований получим:

$$v_8 = v_{10} \sqrt{\frac{\left(\zeta_6 + \lambda \frac{l}{d_k}\right) \left(\frac{S_{np(10)}^{(2)}}{S_k}\right)^2 + \left(\zeta_7 + \lambda \frac{l}{d_k}\right) \left(\frac{S_{10}}{S_k}\right)^2 + \zeta_{10} + \lambda \frac{l_{10}}{d_{10}} + 1}{\zeta_8 + \lambda l_8 / d_8 + 1}}. \quad (21)$$

Подставив в (21) известные величины, имеем:

$$v_8 = v_{10} \sqrt{\frac{0,193834 \zeta_6 + 1,603484}{\zeta_8 + 1,187032}}. \quad (22)$$

Введем обозначения: $x_2 = v_8/v_{10}$, $y_2 = S_8/S_{10}$. Расход в системе $Q = v_5 S_k = v_{10} S_{10} + v_9 S_9 + v_8 S_8 = v_{10} S_{10} + x_1 v_{10} \cdot y_1 S_{10} + x_2 v_{10} \cdot y_2 S_{10} = (1 + x_1 y_1 + x_2 y_2) v_{10} S_{10}$, а приведенная площадь питателей при работе трех питателей $S_{np(10)}^{(3)} = (1 + x_1 y_1 + x_2 y_2) S_{10}$. У нас $x_1 = 0,876765$, $y_1 = 0,444938$, $y_2 = 0,198079$, $S_k / S_8 = 15,940206$.

Предположим, что $v_8 = 0,88 v_{10}$, т.е. $x_2 = 0,88$. Тогда приведенная площадь питателей при работе трех питателей $S_{np(10)}^{(3)} = 1,564416 S_{10}$,

а $x_2 y_2 = 0,174310$. В этом случае $\frac{v_6}{v_5} = \frac{v_6 S_k}{v_5 S_k} = \frac{1,390106 v_{10} S_{10}}{1,564416 v_{10} S_{10}} = 0,888578$;

$\frac{v_8 S_8}{v_5 S_k} = \frac{0,174310 v_{10} S_{10}}{1,564416 v_{10} S_{10}} = 0,111422$; $\frac{v_8}{v_5} = 0,111422 \frac{S_k}{S_8} = 1,776083$. По

$v_6/v_5 = 0,888578$ и $v_8/v_5 = 1,776083$ находим по формулам (15) и (16) соответственно $\zeta_6 = 0,006289$ и $\zeta_8 = 0,917010$ [$\tau = 0,60$ в соотношении (16)]. По

(22) определяем, что $v_8 = 0,873313 v_{10}$. А мы задавались $v_8 = 0,88 v_{10}$. После ряда приближений при $v_8 = 0,872269 v_{10}$ получаем $v_8 = 0,872269 v_{10}$. На этом расчет отношения v_8/v_{10} заканчиваем. Принимаем $v_8 = 0,872269 v_{10}$, при этом $v_6/v_5 = 0,899449$, $\zeta_6 = 0,006179$, $\zeta_8 = 0,922023$, а приведенная площадь питателей $S_{np(10)}^{(3)} = 1,562884 S_{10}$.

Уравнение Бернулли для сечений $l-l$ и $10-10$ при работе трех питателей выглядит так же, как и для одного питателя – это зависимость (1). Однако расход в системе $Q = v_{ст} S_{ст} = v_5 S_k = v_6 S_k + v_8 S_8 = v_{10} S_{10} + v_9 S_9 + v_8 S_8 = v_{10} S_{ст(10)}^{(3)}$.

У нас $S_{ст(10)}^{(3)} = 1,562884 S_{10}$, $v_{ст} = v_{10} \frac{S_{ст(10)}^{(3)}}{S_{ст}}$, $v_5 = v_{10} \frac{S_{ст(10)}^{(3)}}{S_k}$; $v_6 = v_{10} \frac{S_{ст(10)}^{(2)}}{S_k}$;
 $v_7 = v_{10} \frac{S_{10}}{S_k}$. И потери напора будут такими:

$$h_{1-10(10)}^{(3)} = \alpha \frac{v_{10}^2}{2g} \left[\left(\zeta_{ст} + \lambda \frac{l_{ст} + l_0}{d_k} + \zeta_k \right) \left(\frac{S_{ст(10)}^{(3)}}{S_k} \right)^2 + \left(\zeta_6 + \lambda \frac{l}{d_k} \right) \left(\frac{S_{ст(10)}^{(2)}}{S_k} \right)^2 + \right. \\ \left. + \left(\zeta_7 + \lambda \frac{l}{d_k} \right) \left(\frac{S_{10}}{S_k} \right)^2 + \zeta_{10} + \lambda \frac{l_{10}}{d_{10}} \right]. \quad (23)$$

Выражение в квадратных скобках в (23) – это коэффициент сопротивления литниковой системы $\zeta_{1-10(10)}^{(3)}$ от сечения $l-l$ до сечения $10-10$, приведенный к скорости металла в сечении $10-10$. Коэффициент учитывает одновременную работу всех трех питателей. Находим по формулам (23), (9), (10) и (3), что $\zeta_{1-10(10)}^{(3)} = 1,058757$, $\mu_{1-10(10)}^{(3)} = 0,696943$, $v_{10} = 1,778267$ м/с, $v_9 = 1,559122$ м/с, $v_8 = 1,551127$ м/с, $Q_{10} = 113,380000 \cdot 10^{-6}$ м³/с, $Q_9 = 44,230212 \cdot 10^{-6}$ м³/с, $Q_8 = 19,589622 \cdot 10^{-6}$ м³/с, $Q = Q_{10} + Q_9 + Q_8 = 177,199830 \cdot 10^{-6}$ м³/с.

Рассчитаем систему при соединении питателей по схеме В. Теперь $d_{10} = 0,00401$, $d_9 = 0,00601$, $d_8 = 0,00901$ м. Зависимость (13), конечно, сохраняется, но в ней будут другие значения: $l_{10} = 0,025$ м, $\zeta_{10} = 0,309$, l_9 и ζ_9 – прежние, а $l_8 = 0,050$ м, $\zeta_8 = 0,362$. Тогда из (13) имеем:

$$v_9 = v_{10} \sqrt{\frac{0,003936 \zeta_7 + 1,496954}{\zeta_9 + 1,174709}}.$$

Отношение $y_1 = S_9/S_{10} = 2,246261$, а $S_k/S_9 = 7,096329$. Предположим, что $x_1 = v_9/v_{10} = 0,9$. Отношение $\frac{v_7}{v_6} = \frac{1}{1 + x_1 y_1} = 0,330947$; $\zeta_7 = 1,634803$;

$\frac{v_9}{v_6} = \frac{x_1 y_1}{1 + x_1 y_1} \frac{S_k}{S_9} = 4,747822$; $\zeta_9 = 0,644362$ [$\tau = 0,60$ в формуле (16)].

$v_9 = 0,909098 v_{10}$, что больше первоначального $v_9/v_{10} = 0,9$. При заданном

$v_9/v_{10} = 0,909213$ получаем по расчету $v_9/v_{10} = 0,9092128$. На этом расчет отношения v_9/v_{10} можно закончить. Принимаем $v_9/v_{10} = 0,909213$. Приведенная площадь питателей $S_{\text{пр}(10)}^{(2)} = (1 + x_1 y_1) S_{10} = 3,042330 S_{10}$, $v_7/v_6 = 0,328695$, $\zeta_7 = 1,668444$, $\zeta_9 = 0,644065$. Потери напора находим по зависимости (20). Результаты расчетов и экспериментальные данные представлены в таблице.

При работе питателей I, II и III ($d_8 = 0,00901$ м) из соотношения (21) получаем следующее:

$$v_8 = v_{10} \sqrt{\frac{0,036427 \zeta_6 + 1,512053}{\zeta_8 + 1,166482}}.$$

$$y_2 = \frac{S_8}{S_{10}} = 5,048482, \quad \text{а} \quad S_k / S_8 = 3,157425. \quad \text{Расход в системе}$$

$Q = v_6 S_k = v_{10} S_{10} + v_9 S_9 + v_8 S_8 = (1 + x_1 y_1 + x_2 y_2) v_{10} S_{10}$. Предположим, что $x_2 = v_8 / v_{10} = 0,91$. Тогда приведенная площадь питателей

$$S_{\text{пр}(10)}^{(3)} = (1 + x_1 y_1 + x_2 y_2) S_{10} = (1 + 0,909213 \cdot 2,246261 + 0,91 \cdot 5,048482) S_{10} = 7,636448 S_{10}.$$

$$\text{Отношение} \quad \frac{v_6}{v_5} = \frac{v_6 S_k}{v_5 S_k} = \frac{1 + x_1 y_1}{1 + x_1 y_1 + x_2 y_2} = 0,398396; \quad \zeta_6 = 0,912120;$$

$$\frac{v_8}{v_5} = \frac{x_2 y_2}{1 + x_1 y_1 + x_2 y_2} \frac{S_5}{S_8} = 1,899520; \quad \zeta_8 = 0,877148. \quad \text{При этих величинах } \zeta_6 \text{ и } \zeta_8$$

отношение $\frac{v_8}{v_{10}} = 0,879060$, что меньше 0,91, которым мы задавались в начале

расчета. При заданном $v_8/v_{10} = 0,866308$ получаем это отношение равным по расчету 0,8663077. На этом расчет отношения можно закончить. Принимаем $x_2 = v_8/v_{10} = 0,866308$, при этом $v_6/v_5 = 0,410246$, $\zeta_6 = 0,826635$, $\zeta_8 = 0,888398$, а приведенная площадь питателей $S_{\text{пр}(10)}^{(3)} = 7,415870 S_{10}$. Коэффициент сопротивления системы $\zeta_{1-10(10)}^{(3)}$ находим по формуле (23); результаты расчетов и экспериментальные данные представлены в таблице.

Теперь найдем давление в жидком металле коллектора литниковой системы. Уравнение Бернулли для сечения I-I литниковой чаши и для любого сечения коллектора x-x (до отделения части потока в питатель) запишется в следующем виде:

$$\frac{p_a}{\gamma} + H = \frac{p_x}{\gamma} + \alpha \frac{v_x^2}{2g} + \zeta_{1-x(x)} \alpha \frac{v_x^2}{2g},$$

где p_x – давление в сечении $x-x$, Н/м²; v_x – скорость металла в сечении $x-x$, м/с; $\zeta_{1-x(x)}$ – коэффициент сопротивления системы от сечения $1-1$ до сечения $x-x$, приведенный к скорости металла в сечении $x-x$. Этот коэффициент для любого сечения коллектора

$$\zeta_{1-x(x)} = \left(\zeta_{ст} + \lambda \frac{l_{ст}}{d_{ст}} \right) \left(\frac{S_k}{S_{ст}} \right)^2 + \zeta_k + \lambda \frac{l_{ст-x}}{d_k}, \quad (24)$$

где $l_{ст-x}$ – расстояние от стояка до сечения $x-x$. Поскольку $d_{ст} = d_k$, а $S_{ст} = S_k$, то (24) можно записать так:

$$\zeta_{1-x(x)} = \zeta_{ст} + \lambda \frac{l_{ст} + l_{ст-x}}{d_k} + \zeta_k.$$

Пьезометры установлены в сечениях 5–5, 6–6 и 7–7, расположенных по середине расстояния между питателями, кроме сечения 5–5. Расстояния $l_{ст-x}$ были такими: $l_{ст-5} = 0,080$ м, $l_{ст-6} = 0,195$ м, $l_{ст-7} = 0,320$ м. Тогда при работе только одного питателя коэффициенты сопротивлений будут такими: $\zeta_{1-5(5)} = 1,7315$, $\zeta_{1-6(6)} = 1,9470$, $\zeta_{1-7(7)} = 2,1812$. А напоры в сечениях 5–5, 6–6 и 7–7 можно найти по следующим зависимостям:

$$\frac{p_5 - p_a}{\gamma} = H - 2,7315 \alpha \frac{v_5^2}{2g}, \quad (25)$$

$$\frac{p_6 - p_a}{\gamma} = H - 2,9470 \alpha \frac{v_6^2}{2g}, \quad (26)$$

$$\frac{p_7 - p_a}{\gamma} = H - 3,1812 \alpha \frac{v_7^2}{2g}. \quad (27)$$

По этим формулам можно рассчитать напоры в коллекторе и при работе любого количества питателей, но только до места отделения части потока в питатель. Таким образом, при работе только питателя III напоры в сечениях 5–5, 6–6 и 7–7 находим по соотношениям (25)–(27). При работе двух питателей II и III $v_6 \neq v_7$. Напоры в сечениях 5–5 и 6–6 считаются по зависимостям (25) и (26). Однако по (27) напор в сечении 7–7 считать нельзя, так как коэффициент сопротивления $\zeta_{1-7(7)} = 2,1812$ не учитывает потери на проход

в коллекторе от сечения 6–6 в сечение 7–7 при ответвлении части потока в питатель II. Расчетные и экспериментальные (в знаменателе) значения давлений в сечениях 5–5, 6–6 и 7–7 литниковой системы при работе только одного питателя III диаметром или 9,01, или 6,01, или 4,01 мм приведены в таблице.

При работе двух питателей – II и III – уравнение Бернулли для сечений 6–6 и 7–7 запишется в следующем виде:

$$\frac{p_6}{\gamma} + \alpha \frac{v_6^2}{2g} = \frac{p_7}{\gamma} + \alpha \frac{v_7^2}{2g} + \lambda \frac{l/2}{d_k} \alpha \frac{v_6^2}{2g} + \zeta_7 \alpha \frac{v_7^2}{2g} + \lambda \frac{l/2}{d_k} \alpha \frac{v_7^2}{2g}. \quad (28)$$

После преобразований имеем

$$\frac{p_7}{\gamma} = \frac{p_6}{\gamma} + \alpha \frac{v_6^2}{2g} \left[1 - \lambda \frac{l}{2d_k} - \left(\frac{v_7}{v_6} \right)^2 \left(1 + \lambda \frac{l}{2d_k} + \zeta_7 \right) \right]. \quad (29)$$

Если работают три питателя – I, II и III, то давление p_6 определяется по следующему соотношению, аналогичному (29):

$$\frac{p_6}{\gamma} = \frac{p_5}{\gamma} + \alpha \frac{v_5^2}{2g} \left[1 - \lambda \frac{l}{2d_k} - \left(\frac{v_6}{v_5} \right)^2 \left(1 + \lambda \frac{l}{2d_k} + \zeta_6 \right) \right]. \quad (30)$$

Когда работают питатели III и II (схема A), расход в системе $Q = 161,42 \cdot 10^{-6}$ м³/с (см. таблицу). Скорость $v_5 = v_6 = Q/S_k = 0,8019$ м/с, $v_7/v_6 = 0,7194$, $\zeta_7 = 0,0609$. По формулам (25) и (26) находим:

$$\frac{p_5 - p_a}{\gamma} = 0,2665 \text{ м}, \quad \frac{p_6 - p_a}{\gamma} = 0,2588 \text{ м}. \text{ По (29) } \frac{p_7 - p_a}{\gamma} = 0,2686 \text{ м}.$$

При работе питателей III, II и I расход в системе $Q = 177,20 \cdot 10^{-6}$ м³/с (см. таблицу), скорость $v_5 = Q/S_k = 0,8802$ м/с, $v_6/v_5 = 0,8894$, $\zeta_6 = 0,0062$, $v_7/v_6 = 0,7194$, $\zeta_7 = 0,0609$. По соотношению (25) подсчитываем:

$$\frac{p_5 - p_a}{\gamma} = 0,2463 \text{ м}. \text{ По (30) и (29) определяем, что } \frac{p_6 - p_a}{\gamma} = 0,2461 \text{ м},$$

$$\text{а } \frac{p_7 - p_a}{\gamma} = 0,2555 \text{ м}.$$

Когда работают питатели III и II (схема B), расход в системе $Q = 78,00 \cdot 10^{-6}$ м³/с (см. таблицу), скорость $v_5 = v_6 = Q/S_k = 0,3875$ м/с, $v_7/v_6 = 0,3287$, $\zeta_7 = 1,6684$. По зависимостям (25) и (26) находим:

$$\frac{p_5 - p_a}{\gamma} = 0,3420 \text{ м}, \quad \frac{p_6 - p_a}{\gamma} = 0,3402 \text{ м}. \text{ По (29) } \frac{p_7 - p_a}{\gamma} = 0,3451 \text{ м}.$$

Характеристики литниковой системы

Схема соединения, работающие питатели	$\zeta_{1-10(10)}^{(1)}$	$\mu_{1-10(10)}^{(1)}$	v_{10} , м/с	v_9 , м/с	v_8 , м/с	$Q \cdot 10^6$, м ³ /с	$\frac{p_5 - p_a}{\gamma}$,	$\frac{p_6 - p_a}{\gamma}$,	$\frac{p_7 - p_a}{\gamma}$,
	$\zeta_{1-10(10)}^{(2)}$	$\mu_{1-10(10)}^{(2)}$					М	М	М
	$\zeta_{1-10(10)}^{(3)}$	$\mu_{1-10(10)}^{(3)}$							
А III (Ø9,01)	0,7614	0,7535	$\frac{1,923}{1,941}$			$\frac{122,58}{123,76}$	$\frac{0,308}{0,324}$	$\frac{0,304}{0,307}$	$\frac{0,299}{0,308}$
			0,9627	0,7138	$\frac{1,821}{1,812}$	$\frac{1,597}{1,718}$		$\frac{161,42}{164,27}$	$\frac{0,267}{0,275}$
I, II, III	1,0588	0,6969	$\frac{1,778}{1,773}$	$\frac{1,559}{1,700}$	$\frac{1,551}{1,655}$	$\frac{177,20}{182,02}$	$\frac{0,246}{0,255}$	$\frac{0,246}{0,253}$	$\frac{0,256}{0,263}$
А III (Ø6,01)	0,6058	0,7891	$\frac{2,014}{2,018}$			$\frac{57,12}{57,25}$	$\frac{0,352}{0,350}$	$\frac{0,351}{0,350}$	$\frac{0,350}{0,350}$
			0,5052	0,8151	$\frac{2,080}{2,105}$			$\frac{26,27}{26,58}$	$\frac{0,365}{0,365}$
II, III	0,5796	0,7957	$\frac{2,030}{2,036}$	$\frac{1,846}{2,001}$		$\frac{78,00}{82,48}$	$\frac{0,342}{0,346}$	$\frac{0,340}{0,346}$	$\frac{0,345}{0,352}$
I, II, III	0,9443	0,7174	$\frac{1,830}{1,820}$	$\frac{1,664}{1,791}$	$\frac{1,586}{1,750}$	$\frac{171,42}{185,37}$	$\frac{0,254}{0,252}$	$\frac{0,277}{0,281}$	$\frac{0,281}{0,281}$

При работе питателей III, II и I расход в системе $Q = 171,42 \cdot 10^{-6}$ м³/с (см. таблицу). Скорость $v_5 = Q/S_k = 0,8515$ м/с, $v_6/v_5 = 0,4102$, $\zeta_6 = 0,8266$, $v_7/v_6 = 0,3287$, $\zeta_7 = 1,6684$. По выражению (25) подсчитываем: $\frac{p_5 - p_a}{\gamma} = 0,2540$ м. По (30) и (29) определяем, что $\frac{p_6 - p_a}{\gamma} = 0,2766$ м, а $\frac{p_7 - p_a}{\gamma} = 0,2805$ м.

Как следует из таблицы, экспериментальный расход в системе больше расчетного, причем при работе только одного питателя – на 1,17, 0,22 и 0,95% соответственно для питателей диаметром 4,01, 6,01 и 9,01 мм. При работе двух и трех питателей опытный расход больше теоретического на 1,7–7,5%. А экспериментальные значения скоростей в дальнем от стояка питателе при работе одного, двух и трех питателей больше расчетных всего на 0,2–1,2%. Однако в более близких к стояку питателях опытные скорости больше теоретических уже на 7,0–9,4%. По-видимому, формула (16) для определения коэффициента сопротивления на отделение потока в питатель дает завышенную величину этого коэффициента. Хотя отличие в 10% опытных величин от рас-

четных следует признать вполне приемлемой для теории и практики литья цифрой. А ведь речь идет о применении уравнения Бернулли к сечениям потока с разными расходами, к расчету которых оно считалось непригодным.

Что касается давления в системе, то, как видно из таблицы, после отделения части потока в питатель оно возрастает. А расхождение между расчетными и экспериментальными данными в большинстве случаев составляет всего лишь 0–3,5% и только в одном случае из 21 разница равна 4,9%. И следовательно, уравнение Бернулли работает. Если бы оно не работало, то давление после оттока жидкости из коллектора в питатель должно было бы не расти, а упасть.

Таким образом, теоретически и экспериментально исследована сложная *L*-образная литниковая система с питателями разных площадей сечений, ранее не поддававшаяся расчету. Получено хорошее совпадение расчетных и опытных величин давлений и расходов. Экспериментально подтверждена высказанная в статье [6] идея о том, что уравнение Бернулли можно применять при расчете потоков жидкости с переменным расходом за счет использования третьего вида коэффициентов сопротивления – коэффициентов изменения напора, подсчитываемых по зависимостям (15) и (16). А для исследования *L*-образных литниковых систем создана и зарегистрирована в государственном реестре программа для ЭВМ [7].

Список литературы

1. Чугаев Р.Р. Гидравлика. – Л.: Энергоиздат, 1982. – 672 с.
2. Токарев Ж.В. К вопросу о гидравлическом сопротивлении отдельных элементов незамкнутых литниковых систем // Улучшение технологии изготовления отливок. – Свердловск: Изд-во УПИ, 1966. – С. 32–40.
3. Идельчик И.Е. Справочник по гидравлическим сопротивлениям. – М.: Машиностроение, 1992. – 672 с.
4. Альтшуль А.Д., Животовский Л.С., Иванов Л.П. Гидравлика и аэродинамика. – М.: Стройиздат, 1987. – 416 с.
5. Меерович И.Г., Мучник Г.Ф. Гидродинамика коллекторных систем. – М.: Наука, 1986. – 144 с.
6. Васенин В.И. Особенности расчета расхода металла в литниковой системе // Известия вузов. Машиностроение. – 1988. – № 1. – С. 103–106.
7. Васенин В.И., Щелконогов М.Ю. Расчет *L*-образной литниковой системы. Программа для ЭВМ № 2009616306 от 16 сентября 2009 г. – М.: Роспатент, 2009. – 12 с.

Получено 15.12.2009